

Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

DIPLOMOVÁ PRÁCE



Martina Pulkrábková

Stabilizace umělých družic MAGION

Katedra didaktiky fyziky

Vedoucí diplomové práce: doc. RNDr. Ondřej Santolík, Dr.

Studijní program: Fyzika

Praha 2009

Velmi děkuji doc. RNDr. Ondřeji Santolíkovi, Dr. za vedení diplomové práce. Ing. Jaroslavu Vojtovi děkuji za cenné a příjemné konzultace, zapůjčení fotografií a možnosti si vše prohlédnout. Také děkuji RNDr. Vladimíru Truhlíkovi, PhD. za konzultace a zapůjčení materiálů. Poděkování patří i mé rodině a přátelům.

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci napsala samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce.

V Praze dne 10. dubna 2009

Martina Pulkrábková

Obsah

Obsah	2
Abstrakt	3
Abstract	3
Úvod	4
1. Magion	6
1.1 Jak vše začalo?	6
1.2 Konstrukce Magionu 1	8
1.3 Aparatura družic Magion	10
1.4 Zajímavosti a technické údaje ostatních Magionů	14
1.4.1 Magion 2	14
1.4.2 Magion 3	18
1.4.3 Magion 4 a Magion 5	19
1.5 Život družice ve vesmíru aneb zatěžkávací zkoušky	25
2. Stabilizace umělých družic Magion	30
2.1 Kinematika hmotného bodu	30
2.1.1 Rovnoměrný pohyb po kružnici	30
2.1.2 Zrychlení při pohybu po kružnici	34
2.2 Mechanika tuhého tělesa	36
2.2.1 Moment síly	36
2.2.2 Moment setrvačnosti středoškolsky	37
2.2.3 Moment hybnosti	40
2.2.4 Zákon zachování momentu hybnosti	42
2.2.5 Moment setrvačnosti je tenzor	43
2.2.6 Co vše se ukrývá v momentu setrvačnosti?	48
2.2.7 Volné osy	49
2.2.8 Statická a dynamická rovnováha družice Magion 4	51
2.2.9 Druhá věta impulsová aneb vztah mezi $\mathbf{L}$ a $\mathbf{M}$	52
2.3 Setrvačník	54
2.3.1 Pohyb volného setrvačníku	54
2.4 Stabilizace družic Magion 4 a 5	58
2.5 Experiment „plachetnice“	60
Závěr	65
Literatura	66
Příloha 1: Doplnující fotografie	67
Příloha 2: Překlad internetových stránek o volném setrvačníku s apletem	77

Abstrakt

Název práce: Stabilizace umělých družic MAGION

Autor: Martina Pulkrábková

Katedra: Katedra didaktiky fyziky

Vedoucí diplomové práce: doc. RNDr. Ondřej Santolík, Dr.

e-mail vedoucího: Ondrej.Santolik@mff.cuni.cz

Abstrakt: Práce je rozdělena do dvou částí. V první části je popsán vývoj a historie prvních československých družic Magion. Družice Magion sloužily k průzkumu ionosféry a magnetosféry Země. Práce popisuje začátek projektu, technické údaje o Magionech, konstrukční problémy a zajímavosti ze zákulisí projektu. Ve druhé části popisuje práce stabilizaci družic Magion pomocí rotace, kdy se využívá vlastností volného setrvačnicku. Text je určen středoškolským studentům, případně učitelům, proto je vše vysvětleno bez diferenciálního a integrálního počtu. Celý výklad je budován postupně, předpokládá pouze základní vstupní informace. Začíná od pohybu po kružnici a postupně vysvětluje potřebná fakta od momentu setrvačnosti, přes moment hybnosti až k pohybu volného setrvačnicku. Nakonec je celá teorie názorně ukázána na stabilizaci Magionu 4 a konkrétních experimentech projektu.

Klíčová slova: setrvačnick, Magion, stabilizace

Abstract

Title: Stabilization of artificial satellites MAGION

Author: Martina Pulkrábková

Department: Department of Physics Education

Supervisor: doc. RNDr. Ondřej Santolík, Dr.

Supervisor's e-mail address: Ondrej.Santolik@mff.cuni.cz

Abstract: This thesis is divided into two parts. The first part explains development and history of the first Czechoslovak satellites Magion. Satellites Magion were developed for the Earth's ionosphere and magnetosphere research. The thesis describes the beginning of the project, Magion's technical data, its construction problems and interesting details from the background of the project. The second part of this thesis explains the Magion stabilization by its rotation, where properties of a free gyroscope are used. The text is written for students at secondary schools and also for their teachers. Because of it, everything is explained without using differential or integral calculus. The whole explanation is structured continuously, it supposes only basic knowledge, begins from the movement on the circle, continues through moments of inertia and angular momentum and ends by explanation of a free movement of the gyroscope. The whole theory is illustrated by stabilization of the satellite Magion 4 and by the experiments made during the project.

Keywords: Magion, stabilization, gyroscope

Úvod

Následující text je určen především studentům středních škol se zájmem o fyziku. Také je vhodný pro učitele fyziky, kteří se chtějí dozvědět zajímavosti ze světa výzkumu vesmíru. První část textu je psaná jako příběh o tom, jak vznikaly první československé družice Magion. Informace jsou získané především z řady rozhovorů s Ing. Jaroslavem Vojtou a RNDr. Vladimírem Truhlíkem, PhD. z Ústavu fyziky atmosféry AV ČR, dále pak z internetových článků a z rozhovorů inženýrů J. Vojty, P. Trísky a F. Hrušky již dříve zaznamenaných pro radiovou stanici Leonardo. Tito pánové byli přímo u zrodu nápadu a následné realizace projektu Magion, proto se dozvíte i zajímavosti, které nejsou v běžné literatuře zmiňované. Zdaleka však nejsou zaznamenány všechny dostupné informace, protože jich je za třicet let projektu opravdu hodně. Také výsledky měření jednotlivých Magionů jsou nechány bez povšimnutí, neboť jejich vysvětlení není triviální a vyžadovalo by mnoho prostoru.

Text je opatřen „fyzikálními okénky“, což znamená, že fyzikální jev nebo zákon objevující se v textu je vysvětlen. Studenti tedy nemusí paralelně studovat učebnici fyziky. Pokud jsou studenti zdatnější ve fyzice, mohou číst pouze text a vynechávat fyzikální okénka, která jsou v oranžových rámečcích psaná kurzívou. „Fyzikální okénka“ nejsou řazena tematicky, ale podle jevu, který je právě zmiňován.

Ve druhé části práce je popsána stabilizace družice Magion 4. Poslední dva Magiony (Magion 4 a 5) byly stabilizovány pomocí rotace. To znamená, že využívaly vlastností volného setrvačníku. Postupně si vysvětlíme, co je to setrvačník a jak se chová. Dojdeme k tomu krok po kroku, takže u čtenářů předpokládám pouze základní znalosti. Vše ostatní potřebné k pochopení textu stručně shrnu u každé kapitoly a doplním o znalosti na vyšší úrovni (ale bez derivací a integrálů). Text je kompilací z literatury [5] - [11] doplněný o vlastní zkušenosti z výuky. Proto jsem si dovolila text pojmout lehčeji a občas zařadit povzbuzující větičky se „smajlíky“ v místech, kde mám pocit, že čtenáři již ztrácejí naději.

Také tato druhá část je opatřena okénky, ale pro změnu matematickými (opět jsou v oranžových rámečcích psané kurzívou).

Práce má dvě přílohy. V Příloze 1 najdete několik doplňujících fotografií, které dokreslují vývoj družic Magion. Použité fotografie bez uvedeného zdroje poskytl pro účely diplomové práce Ing. Jaroslav Vojta z ÚFA AV ČR.

V Příloze 2 je překlad apletu volného setrvačníku z anglického originálu od ruského univerzitního profesora Eugena Butikova. K překladu a využití v diplomové práci jsem dostala od autora svolení. Jeho webové stránky vysvětlují rotaci tělesa (jak volný setrvačník, tak těžký setrvačník). K mým potřebám stačily stránky volného setrvačníku (družice se chová právě jako volný setrvačník), proto jsem přeložila pouze tuto část. V textu se odkazuji na aplet z těchto webových stránek, neboť pomůže k lepšímu pochopení a názornosti chování volného setrvačníku (tedy naší družice). Aplet má mnoho možností a každý si s ním může „pohrát“. Českou verzi apletu najdete na webových stránkách: http://os.matfyz.cz/prace/2009dipl_mp/volny_setrvacnik.html.

1. Magion

Magion – při tomto slově se mnohým z Vás, stejně jako mně, když jsem ho slyšela poprvé, možná vybaví pořad pro děti, který jsem jako malá sledovala každý čtvrtek v televizi. Ale důvod, proč se tato kapitola jmenuje právě takto, je jiný. Magion, tak se jmenovaly první české (tehdy československé) samostatné umělé družice. A ten zmíněný pořad pro děti byl pojmenovaný právě podle nich. Právě loni (2008) bylo třicetileté výročí vypuštění prvního Magionu.

1.1 Jak vše začalo?

„Jdu si takhle po kosmodromu a najednou mě napadlo, proč by místo toho černého závaží nemohla být samostatná družice.“ Tak přesně takhle to nebylo, ale hodně podobně ano. Dříve než mělo tehdejší Československo svoje vlastní samostatné družice, podíleli se pracovníci Geofyzikálního ústavu Československé akademie věd (dále jen AV) na mezinárodním kosmickém programu Interkosmos. Nabídka na spolupráci na tomto projektu přišla v roce 1967 od SSSR. Tento výzkum navazoval na pozemní pozorování magnetosférických hvizdů v předchozích letech.

Magnetosférické hvizdy jsou zvláštní signály, které vytváří příroda. Jsou to radiové vlny, které se šíří přibližně podél indukčních čar magnetického pole Země.

Pokud se o hvizdech chcete dozvědět více, přečtěte si diplomovou práci Zuzany Horové na toto téma (viz [1]), my se zde o tom více zmiňovat nebudeme. Program Interkosmos byla příležitost, kde se mohli čeští vědci podílet svými vlastními přístroji na výzkumu. Dodávali je na společnou sovětskou družici, která měla jako závaží černý ocelový blok o hmotnosti asi 15 kg na konstrukci mezi družicí a raketou. Toto závaží bylo důležité kvůli celkové stabilitě rakety. Aby raketa mohla letět rovně, musí mít těžiště v ose symetrie.

Těžiště tělesa je působíště výslednice všech tíhových sil působících na jednotlivé hmotné body tělesa v homogenním tíhovém poli. Je to tedy takový bod rakety, který když podložíme, tak raketa zůstane v klidu a nepřevrátí se ani na jednu stranu.

Tým českých vědců z Geofyzikálního ústavu AV pod vedením Ing. Pavla Třísky, CSc. a Ing. Jaroslava Vojty se v roce 1972 začal zabývat myšlenkou, zda by tu černou

neužitečnou zátěž nebylo možné nahradit autonomním (to znamená samostatným) přístrojovým blokem, který by se po vynesení na oběžnou dráhu oddělil od mateřské družice a prováděl samostatná měření. Po startu byl blok nazván Magion. Má-li družice svou subdružici, lze určit vzdálenost mezi nimi a může se sledovat, jak se nějaký konkrétní přírodní jev v prostoru mění. Samozřejmě by obě družice musely mít podobné vybavení a měřicí přístroje, aby mohly měřit tentýž jev stejnou metodou. Už dříve se vědělo, že by bylo dobré měřit na dvou místech zároveň, ale nebyly k tomu možnosti. Magion 1 se svou mateřskou družicí byla jedna z prvních takových dvojic. Až v osmdesátých letech došlo k většímu rozmachu experimentů s více družicemi. V sedmdesátých letech to byla novinka, ale i přesto tehdejší sovětské vedení souhlasilo, a tak v Československu začal vývoj prvních českých umělých družic Magion.

Umělé družice jsou člověkem vytvořená tělesa, která jsou pomocí raket vynesena na oběžnou dráhu za účelem nějakého konkrétního úkolu (např. meteorologické družice pro určování předpovědi počasí).

Čeští odborníci tenkrát neměli s vývojem samostatných družic žádné předchozí zkušenosti, vycházeli tedy ze znalostí získaných při práci na přístrojích umístěných do sovětských družic. Vývoj Magionu limitoval požadavek na omezené rozměry družice a celková hmotnost družice nesměla přesáhnout 15 kg. V neposlední řadě byl problémem i nedostatek vhodných součástek. Ing. Pavel Tříška převzal úlohu hlavního teoretika a diplomata celého projektu, zatímco Ing. Jaroslav Vojta vedl tým konstruktérů. Výše zmínění inženýři měli (a dodnes mají) pracoviště v Praze 4 – Spořilově (dříve ionosférické oddělení Geofyzikálního ústavu ČSAV, dnes Oddělení horní atmosféry Ústavu fyziky atmosféry AV ČR). K oddělení patřila (stále i patří) observatoř v Panské Vsi na Českolipsku, kde jsou povelové vysílače, přijímače telemetrických signálů a jejich antény, jak můžete vidět na obr. 1.



Obr. 1: Panská Ves (převzato z <http://www.ufa.cas.cz/html/paves/panskaves.html>)

Některé služební části družice byly vyvíjeny a vyráběny ve spolupráci s podnikem TESLA – VÚST.

Právě z Panské Vsi se družice Magion ovládaly a sbírala se zde naměřená data. Vědci tedy mohli přímo sledovat naměřená data na svých přístrojích v reálném čase.

1.2 Konstrukce Magionu 1

Než začneme popisovat problémy, se kterými se museli čeští vědci potýkat, řekneme si, proč má Magion právě tento název. Tento projekt byl zaměřen na průzkum MAGnetosféry a IONosféry Země. Teď už je jasné, kde se jméno vzalo.

***Ionosféra Země** je jedna z oblastí zemské atmosféry (ve výšce přibližně 60 km až 1000 km nad povrchem Země), která je slabě ionizovaná a umožňuje odraz radiových vln. **Magnetosféra Země** je oblast pod vlivem magnetického pole Země. Dosahuje několika desítek až stovek tisíc km nad povrch Země. Možná si to neuvědomujete, ale tyto oblasti nás na Zemi chrání před rychlými elektrony a protony ze Slunce, které by na nás jinak působily podobně jako radioaktivní záření (viz [4]).*

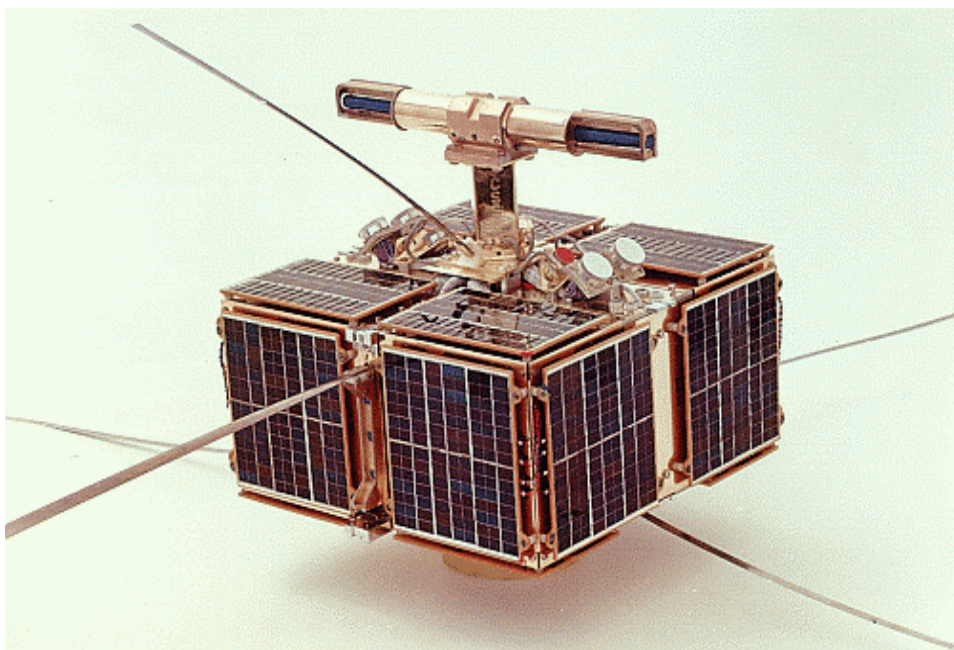
V době, kdy začínal projekt Magion, se ještě počítalo na papíře a s pomocí logaritmického pravítka. V dnešní době ho nejspíš už nikde nepotkáte, pokud nepoprosíte své rodiče či prarodiče, ať ho najdou někde hluboko ve svých založených věcech ze studií. Dnes už nám všechny výpočty udělá kalkulačka nebo počítač v mnohem kratší době.

Nejprve bylo potřeba navrhnout tvar družice tak, aby odpovídal požadovaným rozměrům. Musela se také odhadnout hmotnost potřebného elektronického vybavení a měřicích přístrojů tak, aby nepřesáhla požadovaných 15 kg. První takový náčrt družice byl navržen už koncem roku 1973, pracovali na něm ing. Pavel Tříška, CSc., ing. Jaroslav Vojta a Alexandr Czapek. První výkres technické dokumentace byl z 5. dubna 1974. Pracovalo se na ní více než čtyři roky a téměř polovinu času z toho zabraly zkoušky, zda Magion takovou cestu do vesmíru vůbec vydrží. Družice Magion 1 odstartovala 24. října roku 1978 jako doplněk družice Interkosmos 18 z kosmodromu Pleseck na severu Ruska.

Kulový tvar družice by byl z hlediska efektivity využití prostoru nejvýhodnější, ale protože je náročný na výrobu a nevýhodný pro umístění vnitřní aparatury, zvolil se raději tvar kvádra. Magion 1 tedy vypadá jako taková větší krabice od bot s rozměry $30 \times 30 \times 16$ cm, jak vidíme na obr. 2. Na rozdíl od sovětských družic byl Magion

nehermetizovaný. To zůstalo pro všech pět Magionů, všechny byly nehermetizované na rozdíl od sovětských družic. Pokud je družice hermetizovaná, mají konstruktéři podstatně jednodušší práci. Znamená to totiž, že se uvnitř družice těsně uzavře vzduch nebo nějaký plyn (třeba dusík), a nemusí se řešit, zda součástky vydrží vakuum. Také je mnohem lepší teplotní regulace, protože hermetizované družice mají uvnitř větráčky a těmi se v případě potřeby aparatura družice ochlazuje. Zatímco nehermetizované družice (například Magiony) musí řešit teplotní režim i to, zda součástky vydrží vakuum. Přístroje a zařízení jsou tedy vystaveny přímému působení všech vlivů ve vesmíru.

Jak už jsme řekli před chvílí, družice musí projít náročnými zkouškami, proto se nevyrábí jen jeden exemplář, ale hned několik. U Magionu 1 se nejprve udělala maketa se stejnými rozměry a hmotností, aby projektanti měli představu, jak bude družice vypadat a kam se umístí aparatura. Druhá varianta (tzv. technologický kus) už byla kompletním prototypem určeným ke zkouškám. Dokonce se vyrobily dva exempláře – jeden pro předepsané zkoušky a druhý pro těžší zkoušky, při kterých se družice částečně zničila. Další kus s přesnými rozměry a hmotností byl odeslán do závodu, kde se pracovalo na mateřské družici. A poslední varianta, už ta letová, se vyrobila ve dvou exemplářích (hlavní a záložní).



Obr. 2: Magion 1 (převzato z <http://www.ufa.cas.cz/html/magion/mt.html>)

1.3 Aparatura družic Magion

Už jsme řekli, že Magion byl autonomní družice, to znamená, že musel mít všechno nutné vybavení vlastní. Základem družice je vlastní tělo neboli kostra. Nejčastěji je to tvar krychle, kvádrů, válce nebo vícečetu. Jak už jsme zmínili, ideální by byl tvar koule, protože by měl minimální povrch, a tudíž by byla nízká tepelná výměna s okolím. Jak jsme ale řekli výše, je to nevýhodné pro umístování aparatury. Každá družice musí mít služební část, ta zajišťuje základní funkce. Patří tam akumulátor, sluneční panely, telemetrické systémy jako jsou antény, vysílače, přijímače a dekodéry povětšinou a dále obsahuje palubní řízení. Druhá část družice je tzv. užitečný náklad. Ten už záleží na konkrétním úkolu družice. Některé nesou telekomunikační přístroje, některé kamery a některé (jako naše Magiony a další) vědecké přístroje.

Magion 1 byl vynesena na oběžnou dráhu 24. října 1978 s mateřskou družicí Interkosmos 18, nějakou dobu létaly společně a prověřovaly se základní funkce mateřské družice. Teprve zhruba po třech týdnech (14. listopadu 1978) se od ní na povel Magion 1 oddělil. Samotné oddělení je také zajímavé. Používají se na to výbušné šrouby, a právě proto musí být družice velmi pečlivě vycentrovaná. Je to mechanický impuls. Šrouby se „odstřelí“, pružina dá družici oddělovací impuls a Magion letí svou vlastní rychlostí (družice se od sebe vzdalovaly rychlostí asi 60 km/den). Odstřelení musí být také přesné, Magion nesmí zavazit o žádnou část mateřské družice. Potom letí každá družice svou rychlostí. Asi po jedné minutě se vyklápějí antény, aby se nerozbily o mateřskou družici. Vyklápění antén probíhá také na impuls. Vzhledem k tomu, že ve vesmíru jsou problémy s pohyblivými mechanismy (vypařuje se mazadlo), bylo zvoleno co nejjednodušší řešení. Mechanismus byl zajištěn lékařskou nití. Na impuls se nit přepálila a tím se antény odklopily pomocí pružinek a párek. Na Zemi by ta páčka nestačila na vyklopení, nemají dostatečnou sílu na překonání „gravitace“, ale protože se vyklápění děje ve vesmíru v beztížném stavu, bez problémů se antény vyklápí.

Gravitační pole Země popisuje Newtonův gravitační zákon:

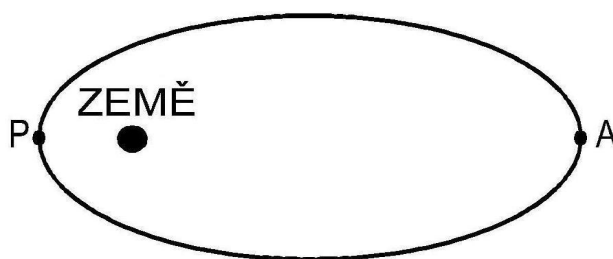
$$F_g = \kappa \frac{Mm}{r^2},$$

kde F_g je velikost gravitační síly, κ je gravitační konstanta, M je hmotnost Země, m je hmotnost druhého tělesa, které je od Země ve vzdálenosti r (například družice Magion).

Beztížný stav však u družice není způsoben tím, že je tak daleko od Země a nepůsobí tam gravitační síla. Ten nastává, pokud se gravitační síla vykompenzuje nějakou jinou silou opačného směru. Příkladem je padající výtah. Tam se tíhová síla vykompenzuje se setrvačnou silou. Na oběžné dráze je těleso také v beztížném stavu (to se týká i družic). Gravitační síla se kompenzuje s odstředivou silou. Detailněji si rozdíl mezi gravitační a tíhovou silou vysvětlíme v rámečku na straně 28.

Takový mechanismus se samozřejmě musí vyzkoušet, zda bude v beztížném stavu fungovat. To se dělá tak, že se rameno, které chceme vyklopit, ve vodorovné poloze vyváží a zkouší se jeho vyklopení. Ovšem na Magionu 1 žádný výklopný systém nebyl. Až na dalších družicích Magion byla použita výklopná ramena.

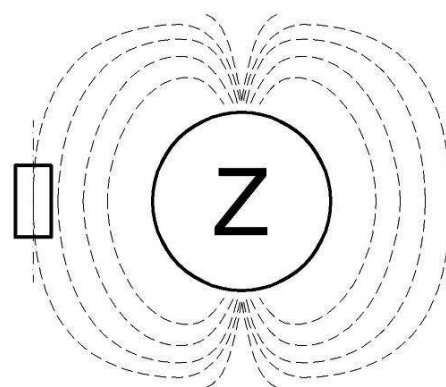
Když jsme u gravitačního pole Země, řekneme si něco i o stabilizaci Magionu 1. Stejně jako Magion 2 a Magion 3 byly stabilizované magnetickým polem Země. Protože létaly relativně blízko Země, šlo magnetického pole využít. Magion 1 obíhal Zemi po elipse s perigeem 406 km a apogeem 764 km od povrchu Země.



Perigeum je bod na eliptické dráze, v němž je družice v nejmenší vzdálenosti od středu Země, a **apogeum** je naopak bod, kde je družice nejdále od středu Země.

Zbylé dva Magiony (4 a 5) se už pohybovaly mnohem dál od Země, a tak se musel použít jiný způsob stabilizace. Tím se budeme zabývat později.

Všichni víme, jak teoreticky vypadá magnetické pole Země (obr. 3). Družice představuje ten obdélníček na obrázku. Její osa směřuje podél magnetické indukční čáry. Uvnitř družice jsou permanentní magnety, které drží stále směr osy podél magnetických indukčních čár. Umíte si představit, co to udělá s družicí, když přelétává nad magnetickým polem?



Obr. 3: Magnetické pole Země

Najednou se indukční čáry změni v úplně jiný směr. Protože pohyb (změna směru) není plynulý, rozkmitá ji to a tím na chvíli ztratí svou stabilní polohu. Aby se tento efekt minimalizoval, má Magion 1 tlumení magnetickou smyčkou. Magnetická smyčka je uzavřený magnetický pásek, který se kýváním nad magnetickým pólem Země neustále přemagnetovává a tím kmity družice ztrácí energii. Družice se tedy postupně „uklidní“, přestane kmitat a dál si drží svůj směr.

Oběžná doba družice Magion 1 byla přibližně 96 min, řádově byla tedy rychlost několik kilometrů za sekundu. Samozřejmě nelze říci přesnou hodnotu, protože rychlost se v průběhu letu mění. V apogeu je rychlost družice nejmenší a v perigeu naopak největší (proč se rychlost mění, vysvětlují Keplerovy zákony – konkrétně 2. Keplerův zákon).

Keplerovy zákony:

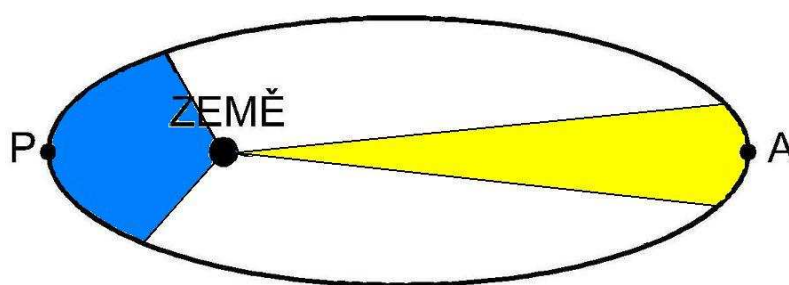
První Keplerův zákon: Planety se pohybují kolem Slunce po elipsách málo odlišných od kružnic, v jejichž společném ohnisku je Slunce.

Druhý Keplerův zákon: Obsahy ploch opsaných průvodičem planety za jednotku času jsou konstantní.

Třetí Keplerův zákon: $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$

kde T_1, T_2 jsou oběžné doby dvou planet, a_1, a_2 jsou délky hlavních poloos.

Přesně, co platí pro planety obíhající kolem Slunce, platí i pro družice obíhající kolem Země.



Průvodič znamená spojnice středu Země a družice, která opisuje elipsu kolem Země. Za stejný časový úsek musí mít modrá plocha stejný obsah jako žlutá plocha. Když se podíváme na úsek na elipse, který se opíše (úsek u modré a u žluté plochy), vidíme, že je každý jiný. A přesto tuto vzdálenost družice musí urazit za stejnou dobu. Znamená to tedy, že družice musí měnit svou rychlost – v apogeu (žlutá oblast) je rychlost nejmenší, pak družice zrychluje a v perigeu (modrá oblast) je družice nejrychlejší. A pak zase zpomaluje až do apogea a tak dále, pořád dokola.

Zajímavostí u Magionu 1 byly antény. Pracovníci vyvíjející družici neměli často k dispozici nejvhodnější součástky či materiály, proto některé věci museli řešit netradičním způsobem. Hledali náhradní řešení a jedním z nich byly antény – nejspíš by nikdo neuhadl, z čeho jsou - telekomunikační antény na Magionu 1 jsou pásy ze svinovacích metrů očištěné od čísel. Takové ty klasické, co jsou skoro v každé domácnosti.

Přijímací antény na družici musely být na dvě strany pootočené o 90° , aby mohla družice přijímat povely, pokud by byla otočená na druhou stranu. Říká se tomu všesměrová přijímací charakteristika. Když létala okolo Země, byla vypnutá a pouze se zapínala (na povel) při průletu nad telemetrickou stanicí, která její signál přijímala. Když odeslala signál (po době přibližně 9 minut), zase se vypnula. Dělalo se to proto, aby se šetřila energie. Je to stejné jako doma. Když nejste v nějaké místnosti, také tam zhasnete světlo. I když doma by to nebylo tak hrozné, kdybyste nechali rozsvíceno. Na té družici by to mělo mnohem větší následky, její energetický systém by to totiž neutáhl. Magion 1 měl sice dva akumulátory, ale ty by vydržely jen 8 hodin plného provozu. Proto se vypínala a byla pokryta slunečními panely všude, kde to šlo. Sluneční panely dobíjely akumulátory, když byla družice vypnutá. Celkový výkon panelů je asi 13 wattů (W). Vysílač má spotřebu asi 5 W a celá družice přes 10 W, když je zapnutá, proto se bere energie i z akumulátorů.

Vnitřní prostor Magionu 1 byl rozdělený do čtyř sektorů, kde uprostřed byly umístěny akumulátory. Dále družice nesla magnetickou a elektrickou anténu pro zkoumání elektromagnetických vln a Geigerův-Müllerův počítač pro měření částic. Detailní popis Magionu 1 najdete v Příloze 1, popřípadě další informace v [3].

Měření probíhalo téměř tři roky, až do 10. září 1981, kdy družice zanikla v atmosféře.

1.4 Zajímavosti a technické údaje ostatních Magionů

O dalších Magionech (bylo jich celkem 5) už nebudeme mluvit tak podrobně. Hodně věcí bylo podobných a nemělo by smysl je opakovat.

Na začátku si uvedeme tabulku se základními informacemi o jednotlivých družicích Magion.

	start	hmotnost	perigeum	apogeum	stabilizace
Magion 1	24. 10. 1978	15 kg	406 km	764 km	magnetické pole
Magion 2	28. 09. 1989	50 kg	500 km	2 500 km	magnetické pole
Magion 3	18. 12. 1991	52 kg	438 km	3 070 km	magnetické pole
Magion 4	03. 08. 1995	58 kg	1 000 km	198 000 km	rotace
Magion 5	29. 08. 1996	69 kg	1 000 km	20 000 km	rotace

Tab. 1: Přehled parametrů Magionů

1.4.1 Magion 2

Uplynulo 11 let než byl vypuštěn druhý Magion, bylo to 28. 09. 1989. Také se od doby zahájení projektu hodně změnilo, mnoho věcí se „vylepšilo“. Čeští vědci již měli důvěru a podporu sovětských specialistů pro samostatné nehermetické družice (Magion 1 se osvědčil, vědeckým odborníkům se líbily výsledky), proto bylo na mateřské družici i vyčleněno větší místo pro Magion 2.



Obr. 4: Magion 2 (převzato z <http://cs.wikipedia.org/wiki/Magion>)

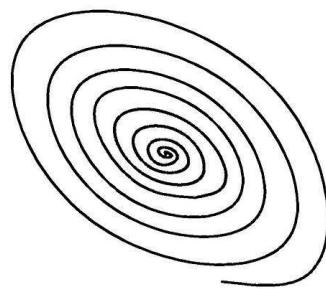
Jedna z viditelných novinek byl tvar družice. Už jsme zmínili několikrát, že nejlepší tvar, by byla koule. U ostatních Magionů se konstruktéři snažili co nejvíce přiblížit tomuto tvaru, proto použili tvar 24stěnu, jak vidíme na obr. 4. Nové družice už také měly výklopná ramena, tyče s čidly a anténami a přídatné výklopné sluneční panely. Protože byl Magion malý, další novinkou byla soustava plynových trysek na stlačený

vzduch, který se na povel mohl vypustit. Družice tím zrychlila nebo zpomalila vzhledem k mateřské družici podle potřeby vědců. Pokud trochu oprášíte znalosti z mechaniky, víte, že se toto děje na základě zákona zachování hybnosti.

Zákon zachování hybnosti: Celková hybnost izolované soustavy těles se vzájemným silovým působením těles nemění.

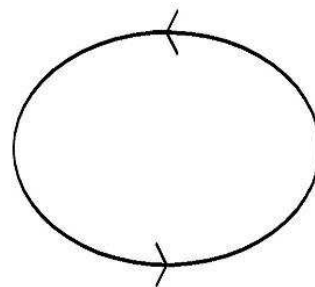
Je to stejný zákon, podle kterého po výstřelu z pušky má puška zpětný ráz. Před výstřelem je celková hybnost uzavřené soustavy (to znamená pušky a náboje v ní, v našem případě družice s plynem v sobě) nulová. Po výstřelu (po vypuštění plynu) má střela (plyn) určitou hybnost jedním směrem, proto puška (družice) musí mít stejnou hybnost opačným směrem, aby výsledná celková hybnost byla nulová.

Magion 2 byl subdružice aktivního experimentu ACTIVE (Interkosmos-24). Aktivní experiment znamená, že se aktivně působilo na prostředí v okolí družice. Na velké družici (mateřské) byla kruhová anténa připojená na nízkofrekvenční generátor (kolem 10 kHz). Po určitou dobu letu měla družice vyzařovat signál a tím ovlivňovat prostředí ve svém blízkém okolí. Po nějaké době (přesně spočítané) měl daným místem proletět Magion 2 a zjistit, co ten signál „udělal“ s prostředím, k jakým změnám došlo. Mateřská družice samozřejmě nemohla hned po vyzáření signálu zkoumat, co se s prostředím děje, protože výsledky by byly zkreslené vysílačem signálu. Takže cílem bylo zjistit, zda plazma bude „odpovídat“, když se do ní něco emituje (vyzáří). Kruhová anténa na velké družici byla poměrně velká (měla průměr 20 m) a je jasné, že tedy nemohla být na dvoumetrové družici už při startu. Bylo to vymyšlené tak, že anténa bude namotaná podobně jako toaletní papír na ruličce (obr. 5).



Obr. 5: Svinutá anténa

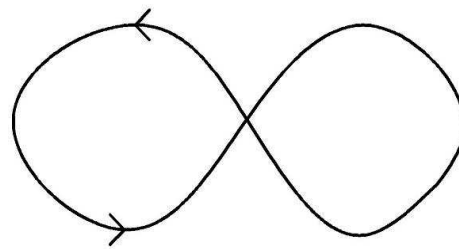
Po oddělení od rakety a Magionu se měla anténa rozvinout. Musela být dostatečně pevná, ale zároveň i schopná se namotat a následně roztahovat, proto byla vyrobena z hliníkové trubky. Na povel ze Země se začala rozmotávat a zároveň se do ní tlačil plyn, aby se roztáhla správně a byla dostatečně pevná. Všechno bylo několikrát vyzkoušené při pozemních zkouškách.



Obr. 6: Kruhová anténa

Bohužel do vesmíru není ze Země vidět, co se tam děje. Když byla anténa rozvinutá,

vysílala slabší signál, než měl být podle výpočtů. Později se přišlo na to, že se anténa „přehodila“ a místo kruhu vytvořila osmičku (obr. 6 a obr. 7). Je to také stabilní stav, ale signál „osmičky“ je podstatně slabší. Z hlediska speciálního úkolu byl projekt aktivní neúspěšný, ale na druhou stranu existovalo asi deset dalších experimentů, které byly úspěšné.



Obr. 7: Anténa do osmičky

Na družici Magion 2 dále probíhalo měření magnetického pole a jeho fluktuací, teploty a hustoty chladného plazmatu, měření částic a také tam byl radiospektrometr. Na rozdíl od první družice se projektu s Magionem 2 zúčastnily i další státy (jako například Maďarsko, Rumunsko, Polsko, Bulharsko atd.)

Jak je vidět z tabulky 1, Magion 2 byl mnohem větší než Magion 1 (jeho výška byla 1275 mm) a jeho apogeum bylo vyšší než u jeho předchůdce. Měl již digitální sběr dat. Jako první Magion byl stabilizován magnetickým polem Země, jen se změnil způsob tlumení rozkmitání družice u pólů Země. U Magionu 1 se využívala magnetická smyčka, ale při vyšším apogeu nebyla tak účinná, proto se u ostatních družic použily kapalinové tlumiče v podobě kruhových trubic plněných rtutí. Při kolébání družice se rtuť v trubici pohybuje (přelévá), třením o stěny dochází ke ztrátám pohybové energie a tím se kolébání družice zmenšuje. Uvnitř každého ze dvou tlumičů bylo skoro čtvrt kilogramu rtuti. Navíc uvnitř spolu se rtutí musela být vzduchová bublinka kvůli teplotní roztažnosti, aby tlumič při větších teplotách (roztazení rtuti) nepraskl. Ale i přes použití tlumiče se někdy po rozkývání družice nepodařilo hned výkyv utlumit a družice se kývala třeba i několik dnů. K výkyvům totiž docházelo nejen nad magnetickými póly Země, ale i při použití trysek.

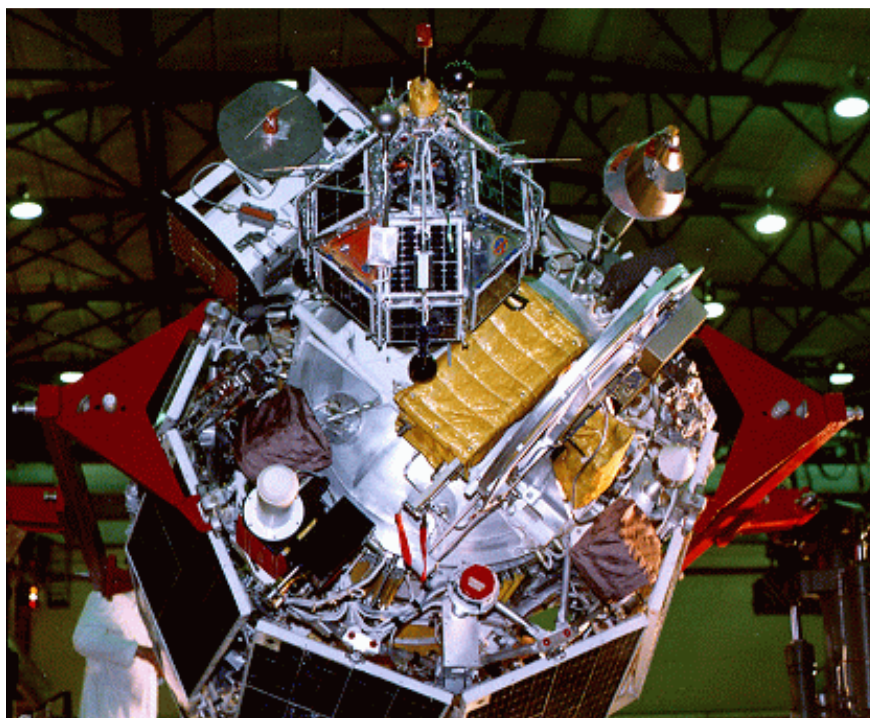
Většina kapalin se s rostoucí teplotou „roztahuje“, zvětšuje se jejich objem.

Teplotní roztažnost kapalin:

$$V = V_1(1 + \beta \Delta t),$$

kde V_1 je počáteční objem kapaliny při teplotě t_1 , V je objem při teplotě t , Δt je změna teploty (to znamená $\Delta t = t - t_1$), β je teplotní součinitel objemové roztažnosti kapaliny.

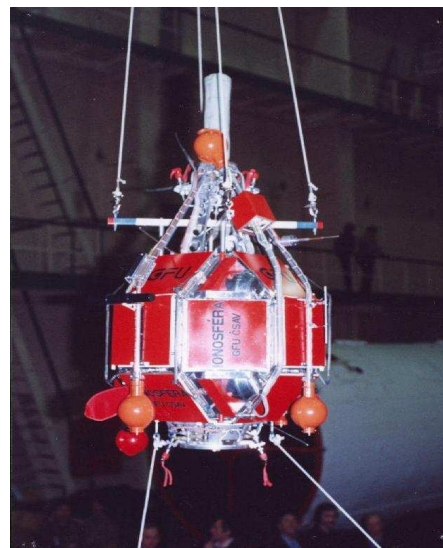
Velmi známá výjimka je anomálie vody, kdy při teplotě 4 °C má nejmenší objem a tím pádem největší hustotu.



Obr. 8: Magion 2 připevněný na mateřské družici (převzato z <http://www.ufa.cas.cz/html/magion/mt.html>)

Jednou zajímavostí, kterou jsme se dozvěděli od ing. Vojty je, že do prací na Magionech zasáhly i rozměry sovětských osobních vlaků. Čeští vědci se totiž na jednotlivé zkoušky a konzultace přepravovali letecky do Moskvy a osobním vlakem na start. Neměli speciální soukromou přepravu. Proto u konstrukce Magionů mysleli i na tento fakt a ing. Vojta šel předtím na Hlavní nádraží v Praze přeměřit šířku dveří, chodbiček a kupé ve vlaku, aby mohli vyrobit kontejner na družici a přepravní bedny na míru vlaku a mohli tak pohodlně cestovat.

Taková zajímavost, kterou ti, kdo se více zajímají o kosmonautiku, nejspíše vědí: Když se družice vyrobí a než se někam dopravuje, dají se na všechny vnější součástky, čidla, vystouplé přístroje a antény červené kryty. Pak se někam družice převáží a těsně před startem se všechny červené kryty sundávají a pečlivě evidují, zda se opravdu všechno sundalo. Družici Magion s ochrannými kryty vidíte na obr. 9.

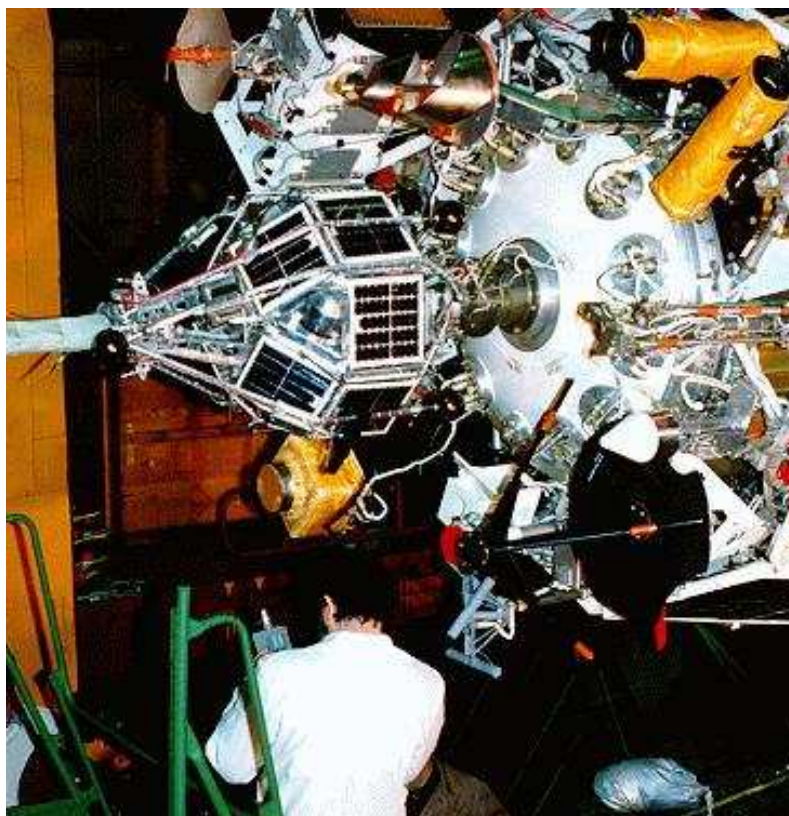


Obr. 9: Družice Magion s ochrannými kryty na čidlech

Poslední kontakt s Magionem 2 byl 29. listopadu 1990, kdy přestal pracovat energetický systém.

1.4.2 Magion 3

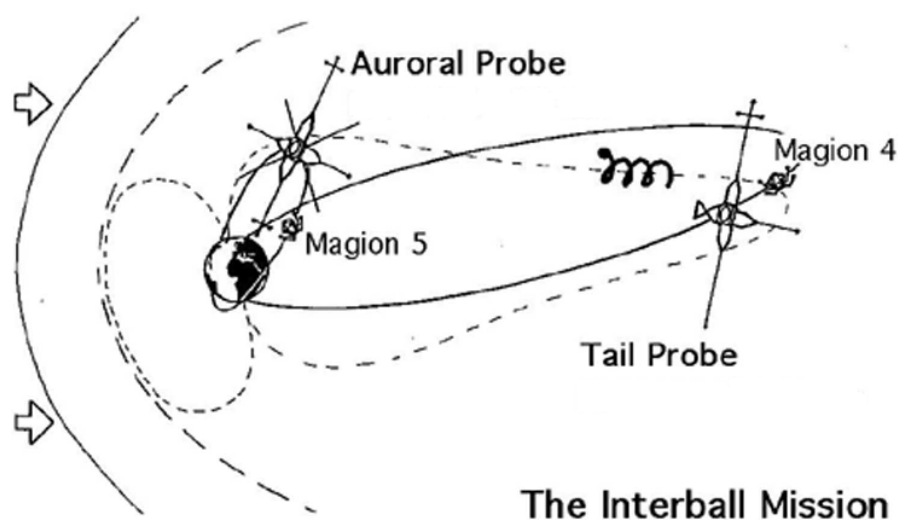
Magion 3 byla subdružice aktivního projektu APEX (Aktivní Plazmový Experiment) s mateřskou družicí Interkosmos-25 startující dne 18. 12. 1991. Magion 3 měl hodně společného s Magionem 2. Tvar a rozměry byly úplně totožné, jen se lišila dráha letu (jak vidíme v tabulce 1) a cíle projektu. Vědecké přístroje na palubě byly také podobné, jen oproti předchůdci nesl navíc fotometr pro indikaci polární záře. Také princip projektu byl podobný jako u Magionu 2. Mateřská družice Magionu 3 vystřelovala do prostoru elektrony a ionty a tím působila na okolní prostředí. Za pár minut přiletěl Magion a měřil, co ten rozruch způsobil. Nemohlo se to měřit hned na mateřské družici, protože by výsledky byly ovlivněné činností elektronového děla. Ještě dodnes se zpracovávají data tohoto úspěšného experimentu. Naposledy se Magion 3 ozval 20. srpna 1992.



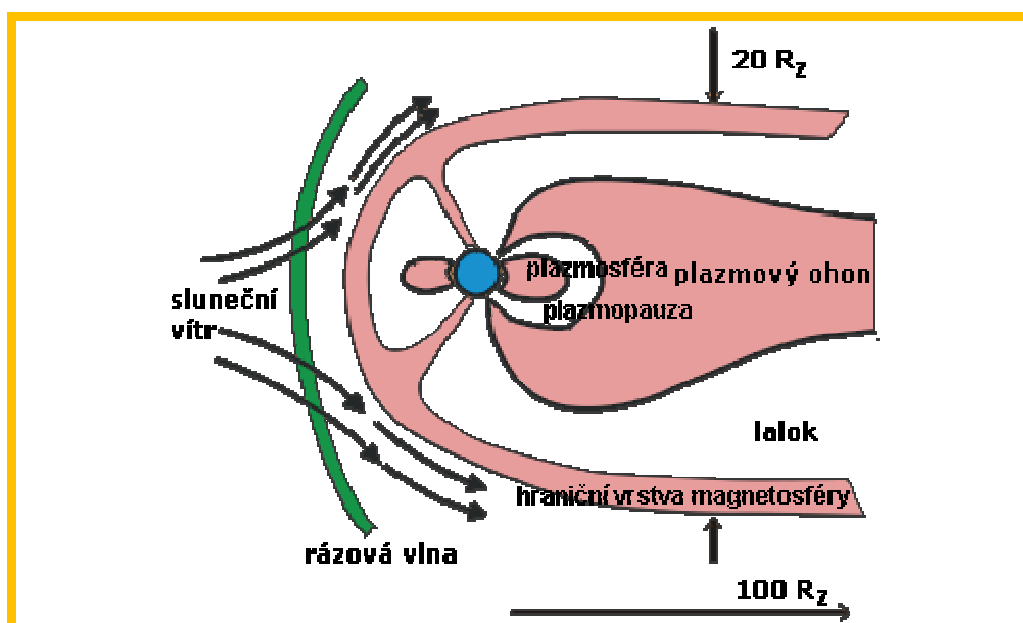
Obr. 10: Magion 3 připevněný na mateřské družici
(převzato z <http://www.ufa.cas.cz/html/magion/mt.html>)

1.4.3 Magion 4 a Magion 5

Magion 4 a Magion 5 byly součástí mezinárodního projektu Interball v rámci celosvětového programu STEP (Solar Terrestrial Energy Program) zkoumajícího přenos energie ze Slunce na planetu Zemi a účinky sluneční aktivity na procesy v okolí Země a na jejím povrchu (jak uvádí [2]). V programu Interball měly být celkem čtyři družice, z toho Magion 4 se svou mateřskou družicí Interball 1 měly provádět měření ve chvostu magnetosféry (proto měly vysoké apogeum 198 000 km a za jménem přívlastek „TAIL“), zatímco Magion 5 se svou mateřskou družicí Interball 2 zkoumal vnitřní magnetosféru (proto ani neměly tak velké apogeum jako Magion 4 a měly za jménem přívlastek „AURORAL“), jak vidíme na obr. 11.



Obr. 11: Trajektorie družic Magion 4 a 5 (převzato z [2])



***Magnetosféra Země** je oblast, do které zasahuje vliv magnetického pole Země (jak už jsme řekli výše).*

Na obrázku (převzatý z <http://www.gymfry.cz/zmp0304/augsten/next/zeme.htm>) vidíme Zemi (modrý kruh) a magnetosféru deformovanou vlivem slunečního větru.

Když srovnáme oba obrázky magnetosféry a trajektorii, kam létal Magion 4, je jasný důvod přívlastku u Magionu 4 „TAIL = ohon“. Přívlastek Magionu 5 vznikl také podle své dráhy. Létal do oblastí, kde se objevuje polární záře („AURORA“).

Všechny čtyři družice měly být vypuštěny v krátkém časovém období a měřit současně, ale bohužel došlo ke skluzu a start Magionu 5 s Interballem 2 se o rok opozdil. Magion 4 startoval 03. 08. 1995, zatímco Magion 5 až 29. 08. 1996. Po té se skládala data ze všech čtyř družic. Dalším cílem Magionů 4 a 5 byl i výzkum vnější atmosféry Země a slunečního větru. V programu STEP byla i spousta dalších družic, tohoto projektu se totiž účastnilo 14 států.

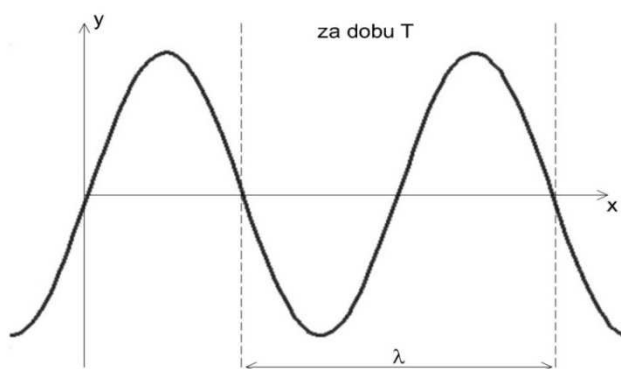
Základní rozdíl od předchozích Magionů byl ve stabilizaci a orientaci. Magiony 4 a 5 už nebyly stabilizované magnetickým polem Země, ale rotací. Proč může rotace stabilizovat, tady nebudeme více rozebírat, protože je tomu věnovaná celá druhá kapitola této práce. Také orientace se změnila, zatímco Magiony 1 až 3 byly orientovány vždy podle magnetické indukční čáry Země (v prostoru svou osu měnily), tak Magion 4 a 5 byly orientovány na Slunce (osa družice stále směřovala na Slunce). To znamená, že po oddělení od mateřské družice se nejprve musely zorientovat. Korekce, aby byl stále určený směr, se prováděly tryskami. O tom si více povíme také ve druhé kapitole. Směr ke Slunci byl na družicích Magion 4 a 5 měřen analogovými slunečními čidly. U družic, které by létaly blíže Zemi, bylo riziko, že se sluneční záření odrazí od mraků a způsobí chybu slunečních čidel, ale Magion 4 i 5 byly dost vysoko a netýkalo se jich to.

Do té doby než čeští vědci vypustili Magion 4, v družicové stanici v Panské Vsi nepřijímali signál z takové vzdálenosti, proto se musely nechat vyrobit dvě nové větší antény (paraboly v průměru 10 metrů) na příjem signálu. Radiový signál je elektromagnetické pole a jeho intenzita ubývá se čtvercem vzdálenosti.

*K závěru, že **intenzita vysílání** klesá s druhou mocninou, lze přijít jednoduše. Vysílač vysílá se stále stejnou intenzitou, ale čím je signál dál od vysílače, tím se i s druhou mocninou zvětšuje plocha, kterou musí signál pokrýt, proto musí intenzita s druhou mocninou klesat.*

Nové antény přijímaly signál o frekvencích 137 a 400 MHz, u Magionu 5 také 1500 MHz. Aby byl zisk antény v souladu s vypočítanou hodnotou, musí být nepřesnosti parabolického povrchu několikrát menší než čtvrtina vlnové délky přijímaného signálu (u kmitočtu 1500 MHz je to okolo 1 cm).

Vlnová délka λ je vzdálenost, do které se rozšíří vlnění za periodu T .



Jaká je vlnová délka signálu Magionu 4 si můžeme vypočítat, protože signál je vlnění a platí, že rychlost vlnění v je součin frekvence f vlnění a vlnové délky λ vlnění:

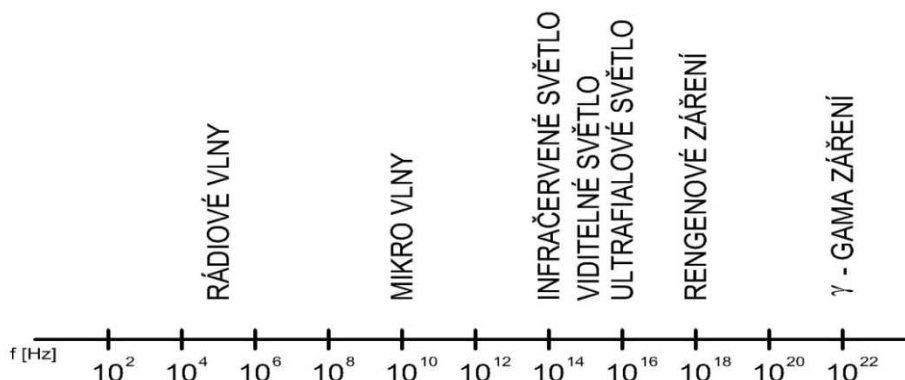
$$v = f \cdot \lambda.$$

Protože je to vlnění elektromagnetické, má rychlost světla ($3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$), a frekvence byla, jak víme, 400 MHz. Vlnová délka je podíl rychlosti a frekvence:

$$\lambda = \frac{v}{f}.$$

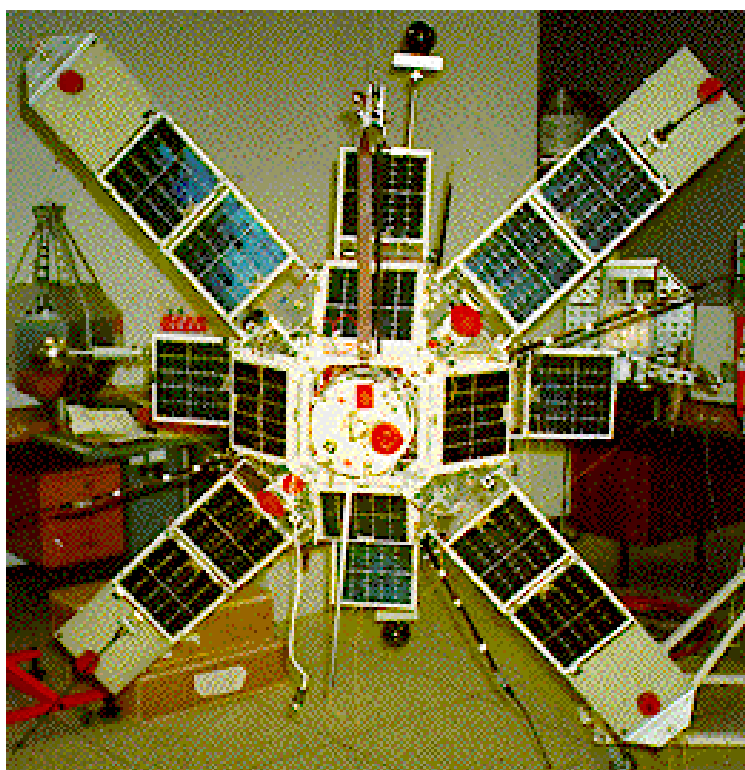
Vlnová délka signálu z Magionu 4 vychází $\lambda = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{400 \cdot 10^6 \text{ Hz}} = \frac{300 \text{ m}}{400} = 0,75 \text{ m} = 75 \text{ cm}$.

Pro zajímavost uvádíme **spektrum elektromagnetického záření**:



Podle [2] došlo při oddělování Magionu 4 od mateřské družice ke komplikacím způsobeným nízkou teplotou (téměř - 50 °C), protože ze začátku byla subdružice většinu času ve stínu. Nízká teplota způsobila i problémy s vyklápěním ramen, jedno rameno se vyklopilo jen částečně a tím posunulo těžiště družice. Až po několika měsících se podařilo rameno vyklopit úplně pomocí odstředivé síly (pomocí trysek se stlačeným plynem a změny rotace družice).

Magion 4 se naposledy ozval 23. září 1997, kdy selhal energetický systém. Předpokládaná životnost byla jeden a půl roku a přesto Magion 4 vydržel více jak 2 roky.



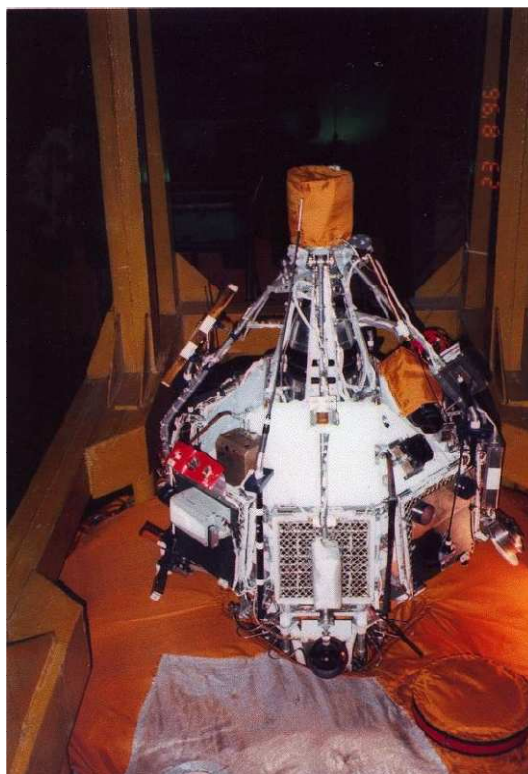
Obr. 12: Magion 4 s vyklopenými slunečními panely (převzato z <http://www.ufa.cas.cz/html/magion/magion4.html>). Touto částí míří družice na Slunce. Konstrukce s výklopnými panely může plně využít sluneční energie.

Magion 5 byl nejvybavenější a těžší než předchozí Magiony (měl skoro 70 kg), protože musel trvale odolávat větší radiaci v radičních pásích Země. Konstrukteři ho proto opatřili silnějším krycím plechem, aby ochránili polovodičové součástky v družici. Sluneční panely byly vystaveny plnému působení radiace, takže s časem postupně degradovaly. Při vystavení slunečního panelu velké radiaci při sluneční erupci se vlastnosti panelu zhorší během půl hodiny stejně jako za měsíc při běžné radiaci.

Tzv. radiačně odolné součástky do družice jsou asi 100krát dražší než běžné (cenu zvyšují hlavně zkoušky součástek). Protože si ale čeští vědci z AV nemohli finančně dovolit tak drahé součástky, nakonec použili průmyslové součástky, které jsou „jen“ 5krát dražší než běžně dostupné, a vliv radiace snížili zvětšením stínění.

Magion 5 měl navíc dvě kamery, jedna z nich byla se zesilovačem jasu. Jinak to byly černobílé kamery z běžně dostupných zabezpečovacích systémů pouze s upravenými elektrickými obvody. Přitom posloužily stejně dobře jako kamera na mateřské družici, která byla barevná a vyrobená pro tyto účely. Kamery měly sloužit k pozorování polární záře.

Den po spuštění se bohužel Magion 5 odmlčel, v jeho energetickém systému nastal zkrat, ze slunečních panelů nešel žádný proud. Družice fungovala pouze po dobu, kdy dostávala energii z akumulátorů. Po jejich vybití se s Magionem 5 ztratil kontakt. Naštěstí za den funkčnosti družice vědci získali dostatek údajů, ze kterých se dalo soudit o tom, co se na palubě děje. Poté si v laboratoři sestavili přesně aparaturu družice, jak byla na Magionu 5, a zkoušeli simulovat různé závady, které by dávaly stejné hodnoty napětí a proudu, které naměřili na družici. Snažili se přijít na příčinu a místo zkratu. Nakonec se jim podařilo důvod zkratu odhalit, byl to zkrat



Obr. 13: Magion 5 v ochranné tepelné izolaci

ve slunečním článku. Dokonce zjistili, na kterém místě to přesně bylo. Bohužel to ale bylo na takovém místě, že vyřadil z funkce i všechny ostatní panely. Pravděpodobně došlo k závadě na slunečním článku při připevňování tepelné izolace na mateřské družici. Aby se mateřská družice lépe chránila před únikem tepla, zašívala se do tepelné izolace - takových oblečků ze speciální látky (z družice se udělala taková termoska – viz obr. 13). Použitá látka v sobě měla kovové nitky a byla uzemněná. Zašití do této ochranné vrstvy se dělalo úplně nakonec, kdy už družice prošla všemi zkouškami a byla oficiálně předaná na kosmodromu. Na kosmodromu měli své pracovníce, které tuto práci dělaly. V jednom okamžiku se pracovníce zvedla a nevšimla si, že nad ní je

Magion 5 a strčila do něj ramenem. Čeští vědci byli přímo u toho, proto se hned snažili viditelné závady odstranit. Bylo ohnuté rameno s čidly, tak ho narovnali, ale jinak viditelné závady nebyly. Tím, že už byla družice předaná a odzkoušená, blížil se termín startu, nebylo možné ji sejmout a znovu pořádně otestovat. Vědcům nezbylo nic jiného než doufat, že se více věcí neponičilo. Laboratorní simulace pro zpětné hledání závady odpovídala této příhodě a přesně slunečnímu panelu, do kterého se pracovnice opřela. Pracovníci ústavu se ale nevzdali a pravidelně zkoušeli vysílat z Panské Vsi impulsy k Magionu 5, aby ho oživili. Dlouho to bylo neúspěšné, ale i tak jednou měsíčně opakovali oživování. Až téměř po dvou letech (v květnu 1998) konečně Magion 5 zareagoval na povel ze Země a ozval se. Ing. Vojta říká, že tenkrát měli všichni obrovskou radost a každý, kdo mohl, jel do Panské Vsi na observatoř podívat se na ten zázrak. Závada se ve vesmíru opravila sama. Drátky, které se dotýkaly, se přestaly dotýkat a sluneční panely začaly fungovat. Poté byl Magion 5 plně funkční a přinášel výsledky měření.



Obr. 14: Magion 5 (převzato z <http://mek.kosmo.cz/cz/magion/obr.htm>)

U poslední družice Magion 5 už měli pracovníci ústavu zkušenost s orientací na Slunce pomocí trysek a mohli plně využívat sluneční energii. Vzhledem k trajektorii bylo potřeba korigovat směr osy častěji (téměř dvakrát týdně), proto nakonec došel

stlačený plyn pro orientační trysky. Nebylo už tedy možné družici orientovat na Slunce a ta přicházela stále o více a více energie. Poslední kontakt s družicí Magion 5 byl po téměř čtyřech letech funkčnosti 2. července roku 2002.

1.5 Život družice ve vesmíru aneb zatěžkávací zkoušky

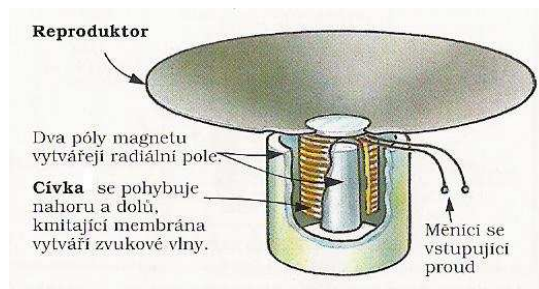
Družice je strojírenský výrobek jako každý jiný, od ostatních se liší v podmínkách pro svou práci. Proto na to konstruktér musí myslet a vhodně zvolit materiály, součástky a technologii, aby družice přežila start a své „bytí“ ve vesmíru. Družice není auto, které může zajet do autoservisu. Pracuje na dálku a většinou není možné tam zaletět a opravit ji. Proto je nezbytné, aby důležité systémy byly na palubě dvakrát (jako záloha).

Na každý vědecký experiment jsou vypsány technické podmínky, které musejí splňovat jednotlivá zařízení. Velmi důležitou součástí konstruování družice jsou zkoušky, zabírají téměř polovinu času vývoje družice, jsou dlouhé a náročné. Každé takové zařízení musí projít mechanickými, teplotními, elektrickými a případně vakuovými zkouškami. Dále je třeba mít na zřeteli odolnost aparatury na radiaci.

Na základě „poslání“ družice se speciálně určí podmínky pro konstrukci. Záleží totiž na mnoha okolnostech – s jakou mateřskou raketou se vynáší na oběžnou dráhu (každá raketa se při startu „třeše“ jinak), do jaké vzdálenosti bude létat (na různých místech je různá radiace) atd. Každá družice má tedy své podmínky, nejsou žádné univerzální pro všechny. A nakonec se ještě družice musí otestovat na vzájemné vlivy, to znamená, jestli si některé přístroje nevadí a neruší se. Nyní si trochu detailněji probereme jednotlivé zkoušky, ať máme představu, čemu všemu musí družice čelit.

Vzhledem k tomu, že rozměry všech přístrojů na Magionu 1 byly malé, bylo možné k většině experimentů použít běžné technické vybavení tehdejších laboratoří AV. Nejprve musela být družice vyzkoušena na mechanické vlivy, to znamená na chvění a vibrace. Zkoušky probíhají na vibračních stolech s frekvencí v rozmezí 10 Hz až 2000 Hz. Vibrační stůl je založen na stejném principu jako reproduktor, kde místo membrány je upevněn měřený přístroj na destičce. Lehká cívka s upevňovací destičkou se pohybuje nahoru a dolů a vytváří tím vibrace.

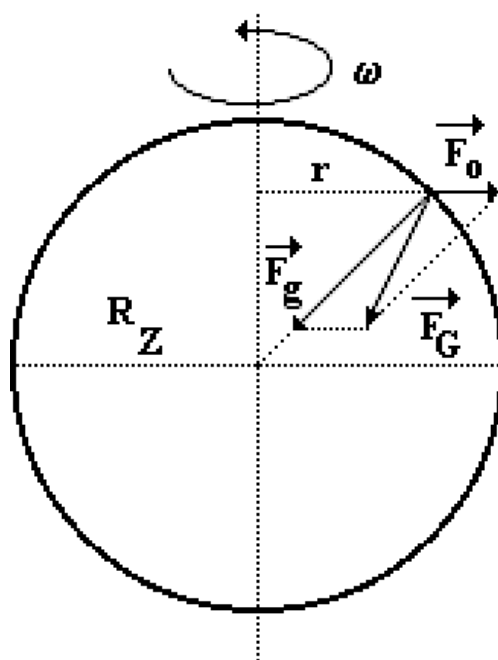
Reproduktor je zařízení, které mění elektrický signál na mechanický (zvukový) využitím elektromagnetické indukce (nejčastěji).



(obrázek převzat z <http://fyzika.gbn.cz/phprs/>)

Kdyby byl totiž vibrační stůl čistě poháněn motorem, dosáhla by frekvence maximálně okolo 100 Hz a to je málo. Velikost chvění se nejčastěji uvádí v násobcích g (velikost tíhového zrychlení) a družice Magion musela vydržet až 12 g . Družice musí také projít zkouškou na pády, které jsou přesně definované (bývají 40 g).

Tíhové zrychlení Země $\vec{g}$:



Tíhové zrychlení Země není všude stejné. Tíhová síla $\vec{F}_G$ je vektorovým součtem gravitační síly $\vec{F}_g$ (je téměř stále stejně velká a stále míří do středu Země) a odstředivé síly $\vec{F}_o$ (míří stále od osy otáčení a její velikost závisí na vzdálenosti od osy otáčení). Tíhová síla je právě ta, která na nás všechny (a všechno) působí. I když to necítíme, tak nesmíme zapomenout, že se s námi Země otáčí, a tudíž na nás stále odstředivá síla také působí.

Na pólech je tíhová síla největší (je tam nulová odstředivá síla) a nejmenší tíhová síla je na rovníku (od gravitační síly se odčítá největší odstředivá síla). Proto i tíhové zrychlení na pólech je přibližně $9,83 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, zatím co na rovníku $9,78 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Všude jinde na Zemi jsou hodnoty mezi těmito dvěma. Dohodou bylo stanoveno, že za normální tíhové zrychlení bude považovaná hodnota $9,806 65 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, a to je zaokrouhleně známých $9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, se kterými již od základní školy počítáme.

(Obrázek převzat z <http://fyzika.jreichl.com>)

Protože by některé malé části družice nevydržely vibrace, celá deska se součástkami se zalila silikonovou pryží. Toto opatření minimalizovalo i případné riziko rezonance a zvyšovalo odvod tepla z elektronických součástek.

Rezonance znamená zesílení kmitů, pokud frekvence vnějšího kmitání je přibližně rovna frekvenci vlastního kmitání tělesa.

Názorně si to vysvětlíme na houpačce. Představte si, jak se houpe dítě na houpačce svou vlastní frekvencí. Když mu chceme pomoci, aby se houpalo výš, strčíme do něj v pravý okamžik (když je úplně vzadu v nejvyšším bodě). Musíme ho roztlačovat se stejnou frekvencí, jakou se houpe sám. Když půjdeme „proti“ jeho frekvenci, jen mu to jeho houpání narušíme a dítě nebude rádo.

Největší vibrace družice pociťovala při startu. Například když startuje třicetimetrová raketa o průměru tři metry, nesmí být lidé blíž než 2 km.

Ve vesmíru je mezi planetami téměř dokonalé vakuum, a proto se musí družice zkoušet i na tento vliv. Zkoušky se provádějí v obrovské komoře imitující podmínky v kosmickém prostoru o průměru 3 m a délce 7 m. Je tam velký prostor s vývěvami, které vyčerpávají vzduch. V této komoře se družice zároveň testují i na teplotu.

Jak jsme již řekli, družice prochází za letu místy s různými teplotami, proto je důležité, aby byla co nejlepší teplotní regulace družice. Z hlediska teploty je nejnáchylnější akumulátor, proto je umístěn ve středu družice, aby k němu tak nedoléhaly teplotní změny. Je třeba, aby družice jako celek měla teplotu v rozmezí 10°C až 20°C . Akumulátoru vadí teploty pod 0°C a nad 30°C . Zkouší se to v již zmíněné komoře. Má dvojité černé stěny, ve kterých je uvnitř kapalný dusík, to znamená teplota asi -170°C . Na jedné straně komory je imitátor Slunce. Je to speciální výbojka, která má intenzitu záření stejnou, jakou by působilo Slunce na oběžné dráze. Družice se do této komory pověsí na ocelové struně, aby se tím neodvádělo teplo. Družice se pak zářením výbojky ohřívá, a když se teplota ustálí (asi za 18 h), je to

teplota, kterou bude mít družice za letu. Na to, aby se družice ohřívala nebo ochlazovala, není energie, proto musí všechno jít pouze vedením tepla od povrchu družice, který se ohřívá Sluncem nebo se ochlazuje ve stínu. Mezi místy, které jsou natočené ke Slunci a které nejsou, může být rozdíl až šedesáti stupňů. U přístrojů, které jsou umístěny mimo samotné tělo družice (čidla na tyčích), se teplota regulovat moc nedá, proto tato zařízení musí vydržet teploty nižší než $-100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Ostatní zařízení byla vybrána tak, aby vydržela teploty $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$ až $60\text{ }^{\circ}\text{C}$. Uvědomme si, že kdyby na těleso nesvítilo Slunce, ochladilo by se na teplotu pouhých pár kelvinů.

Termodynamickou teplotu značíme T a její jednotkou je kelvin (K). Od Celsiovy teploty (značka t a jednotka $^{\circ}\text{C}$) se liší o 273,15.

$$0\text{ }^{\circ}\text{C} \cong 273,15\text{ K a naopak } 0\text{ K} \cong -273,15\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T = (\{t\} + 273,15)\text{ K}$$

Proto se u některých družic přidává také tepelná ochrana částí, které jsou ve stínu, aby se snížilo vyzařování tepla, jak jsme již zmínili u Magionu 5. Také si musíme uvědomit, že tělesa (ať už jakákoli, včetně naší družice) vyzařují (ochlazují se) celým povrchem, ale teplo přijímají jen stranou otočenou ke Slunci.

Energie, kterou těleso přijímá, je přímo úměrná obsahu plochy, na kterou záření dopadá (což je část plochy, na kterou svítí Slunce), dále solární konstantě ($1,36\text{ kW}\cdot\text{m}^{-2}$) a absorpčnímu koeficientu α , který závisí na materiálu tělesa. Koeficient α je z intervalu od nuly do jedné. Pokud je $\alpha = 0$, těleso žádnou energii nepohltí, naopak pokud je $\alpha = 1$, všechnu energii těleso přijme. Například hliník má koeficient 0,3 až 0,5, běžná barva 0,8.

Energie, kterou těleso vyzáří, popisuje Stefanův-Boltzmannův zákon pro vyzařování absolutně černého tělesa. Jde pouze o tepelné záření (sálání). Vyzářená energie je přímo úměrná T^4 (čtvrtá mocnina termodynamické teploty tělesa), Stefanově-Boltzmannově konstantě ($5,67\cdot 10^{-8}\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$) a samozřejmě obsahu plochy, která vyzařuje (což je celá plocha tělesa). Není-li těleso ideálně černé, závisí vyzařovaná energie ještě na koeficientu emisivity ε . Například hliník má ε roven přibližně 0,1, barva 0,9. Pro ideálně černé těleso je ε rovno jedné (není ho tedy potřeba uvádět).

Nyní zpátky k Magionu 1 a ke konkrétním problémům. I když se teplotní situace přesně vypočítá a naplánuje, ve skutečnosti to nedopadne stejně. U absorbování a vyzařování látek záleží i přímo na výrobním procesu a vlastnostech povrchu a to lze započítat pouze částečně. Proto jsou opět velmi důležité teplotní zkoušky. Při požadované teplotě

družice musí stejně vyzařovat jako přijímat, aby se neochlazovala ani neohřívala. Magion 1 měl hliníkovou kostru a u té byl problém s vyzařováním tepla, moc se ochlazovala. Potřebovali družici tedy trochu ohřát, proto všude, kde to šlo, pokryli Magion 1 lesklými pozlacenými plíšky. U jiných družic zase regulovali teplotu tím, že malovali speciální bílou barvou pruhy na povrch družice. Sice se dá všechno spočítat, ale i přesto je potřeba všechno experimentálně ověřit. I silikonová pryž, kterou jsme zmínili u vibračních zkoušek, pomáhá k lepší tepelné regulaci, lépe odvádí teplo z elektronických součástek. Teplotní regulace je opravdu důležitá, proto je i po družici rozmístěno několik teplotních čidel.

Dalším problémem ve vesmíru je i to, že jsou problémy s pohyblivými mechanismy: mazadlo se totiž ve vakuu vypaří. Hledají se alternativní způsoby a konstruktéři se snaží pohyblivým mechanismům vyhýbat. Jedna možnost ale přeci jenom je, existuje speciální černý prášek (sirník molybdeničitý), který se k mazání za sucha používá.

Odolnost vůči radiaci neměří většinou sami konstruktéři. U některých elektronických součástek je uvedeno výrobcem, jakou intenzitu záření vydrží, ale na konstruktérovi je, aby posoudil, čemu bude družice (a tím pádem i součástka) vystavena. Z hlediska radiace byly za nejnáchylnější považovány polovodičové součástky s vysokou integrací (to znamená s vysokým počtem součástek na malé ploše) a sluneční panely.

Další velmi důležitou zkouškou je zkouška na vzájemné vlivy. Nelze je předem odhadnout ani spočítat, musí se opravdu vyzkoušet, zda se některé přístroje mezi sebou neruší. Často se pak musí předělávat vybavení, a pokud je nelze odstranit, řeší se to dočasným vypnutím některých přístrojů.

Nesmí se ani zapomenout na to, že družice má společný energetický systém a že elektrická energie musí stačit na funkci družice a všech přístrojů. Samotný akumulátor by stačil sotva na 24 hodin činnosti, proto má družice na sobě sluneční panely, aby získávala energii na dobíjení akumulátorů. Musí se spočítat, aby byl dostatek slunečních panelů (dostatek energie). S časem však sluneční panely degradují, při náročných podmínkách mají po pěti letech poloviční výkon. Na mnoha místech družice se měří napětí a proud, aby vědci byli informováni o aktuální energetické situaci na družici.

Jak vidíme, tak při konstrukci družice se musí myslet na spoustu věcí a udělat takovou funkční družici není nic jednoduchého.

2. Stabilizace umělých družic Magion

Všichni jste si určitě jako malí hráli s káčou nebo s autíčkem na setrvačnicku. Možná vás i napadla otázka – proč, když jedeme na jízdním kole, nespádneme, a když se kolo zastaví, tak spadneme? Podobně je to i s družicí, která obíhá kolem Země – proč si stále „drží“ svůj směr, jak jsme se o tom zmínili již v předchozích kapitolách? Na takové otázky není úplně jednoduchá odpověď, všechno se totiž řídí fyzikálními principy a vlastnostmi setrvačnicku, které se v této kapitole pokusíme vysvětlit. Speciálně se budeme zabývat družicí Magion 4 a názorně si na ní všechno ukážeme. Rotující těleso se chová jinak než těleso, které je v klidu nebo v přímočarém pohybu. Pokud někdo ví, co pro takové točící se těleso platí, může to i využít a dělat „machry“ jako například artisté v cirkusu.

Vezmeme vše od začátku, abyste při čtení následujícího textu nemuseli zároveň studovat učebnici fyziky a zjišťovat, co které písmenko znamená. Také budeme jednotlivé kapitoly pojmenovávat podobně, jak to znáte ze školy, ať nejste zbytečně zmatení nějakými názvy.

Začneme tedy tělesem, které se otáčí...

2.1 Kinematika hmotného bodu

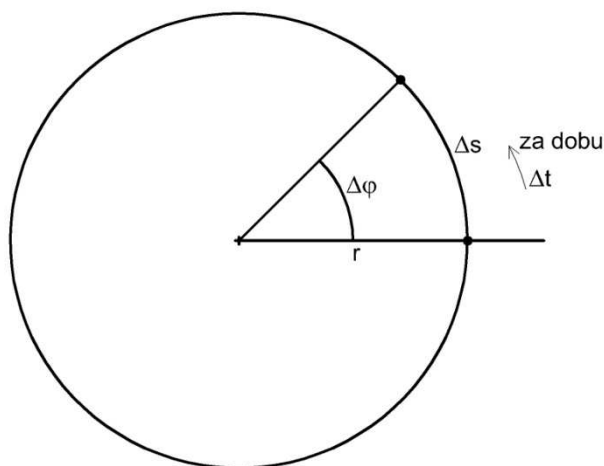
2.1.1 Rovnoměrný pohyb po kružnici

Začneme tím nejjednodušším otáčivým pohybem. Setkáme se s ním téměř všude - na kolotoči se otáčíme, v kuchyni při mixování se otáčí nože mixéru, ručičky hodinek se otáčí a mnoho dalších. Všechny tyto pohyby se odehrávají kolem pevné osy. Můžete si na kousek provázku navázat kuličku a všechno, co si budeme teoreticky popisovat, si zároveň ukazujte sami sobě prakticky. Když má člověk v ruce něco, na čem si může vše prakticky ukázat, vždycky to lépe pochopí než jen z papíru.

Ze školy si nejspíš matně pamatujete, že u rovnoměrného pohybu po kružnici se zavádí spousta nových veličin, které jste do té doby neznali. Tak si je zopakujeme na konkrétním pohybu – vezmeme třeba tu kuličku přivázanou na provázku. (Už ji máte v ruce? ☺) Nehybná osa otáčení je v tomto případě naše ruka, která provázek drží. Kulička se pohybuje po kružnici. Stará známá veličina, kterou máte zafixovanou už ze základní školy, je rychlost. Teď ji začneme říkat obvodová rychlost a její velikost vypočítáme ze vzorce $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, kde Δs je oblouk opsaný touto kuličkou za dobu Δt (viz

obr. 15). Nejpřesnější je, pokud je Δt co nejmenší, to znamená, když se limitně blíží k nule.

Symbol Δ , který se objevuje v předchozím vztahu, je řecké písmenko delta a znamená změnu příslušné veličiny. Například $\Delta t = t - t_0$ znamená změna času, konečný čas t minus počáteční čas t_0 .



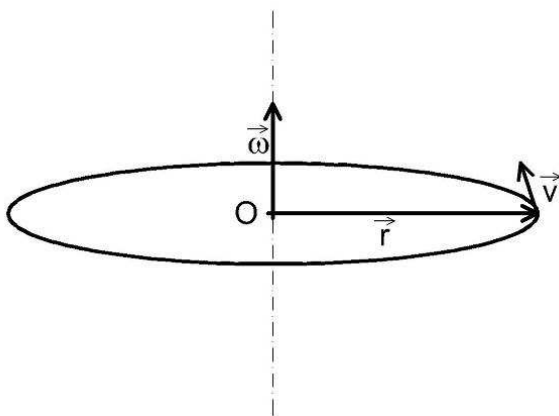
Obr. 15: Pohyb po kružnici

Za stejnou dobu Δt opíše kulička i úhlovou dráhu $\Delta\varphi$, jak vidíme na obr. 15. Úhlová dráha (nebo jednodušeji úhel) vypočítáme jako podíl opsaného oblouku a poloměru kružnice, tj. $\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{r}$. Tato velikost úhlu se měří v radiánech (rad).

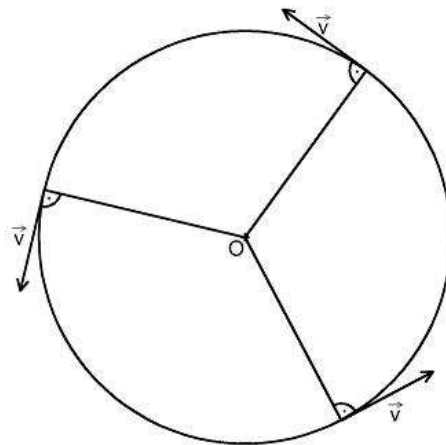
Radián (rad) je jednotka úhlu. Plný úhel (tj. 360°) odpovídá 2π rad. Označení rad se může i vynechávat, je to bezrozměrová jednotka.

Další pojem, který je užitečné zavést, je úhlová rychlost $\vec{\omega}$. Jak už název napovídá, jde o to „jak rychle se mění úhel“, matematicky zapsáno je velikost úhlové rychlosti $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$, kde $\Delta\varphi$ je úhlová dráha (úhel) opsaný za časový interval Δt . Jednotkou úhlové rychlosti je radián za sekundu ($\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ nebo s^{-1}). Ve škole vám možná zatajili, že úhlová rychlost je ve skutečnosti vektor a to znamená, že má i směr. Směr $\vec{\omega}$ je rovnoběžný s osou otáčení a zda je „nahoru nebo dolů“ nám určí pravidlo pravé ruky – přiložíme pravou dlaň k rotujícímu tělesu tak, aby prsty ukazovaly směr otáčení, pak natažený palec ukazuje směr vektoru úhlové rychlosti, jak ukazuje obr. 16.

Také již zmíněná obvodová rychlost $\vec{v}$ je vektor. Kam tedy míří? Směr rychlosti se neustále mění, v každém bodě trajektorie má směr tečny ke kružnici, po níž se pohybuje (obr. 17). Pro rovnoměrný pohyb po kružnici je tedy konstantní pouze velikost obvodové rychlosti, zatímco její směr se mění.



Obr. 16: Úhlová rychlost



Obr. 17: Obvodová rychlost

Podívejme se na vztahy pro velikost obvodové a úhlové rychlosti:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad a \quad \omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}.$$

Je vidět, že obě jsou rychlosti, jen jedna je „dráha za čas“ a druhá „úhel za čas“. A stejně jako nastává rovnoměrný přímočarý pohyb, pokud je $\vec{v}$ konstantní (velikost i směr), tak platí, že pokud je $\vec{\omega}$ konstantní (velikosti i směr), jde o rovnoměrný pohyb po kružnici.

Nyní by bylo vhodné odvodit vztah mezi úhlovou a obvodovou rychlostí bodu pohybujícího se po kružnici o poloměru r . Použijeme k tomu pouze vztahy, které jsme si uvedli výše – to znamená $\Delta \varphi = \frac{\Delta s}{r}$ a $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$. Z prvního vztahu vyjádříme Δs , získáme vztah $\Delta s = r \cdot \Delta \varphi$. Vyjádřené Δs dosadíme do druhého vztahu. Takže máme $v = r \cdot \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$. Není vám výraz $\frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$ povědomý? Ano, je to vztah pro velikost úhlové rychlosti ω . Velikost rychlosti hmotného bodu je tedy dána vztahem

$$v = \omega \cdot r. \quad (1)$$

Tento vzoreček znáte ze školy, ale ve skutečnosti je to trochu složitější, a to

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}. \quad (2)$$

Vidíte rozdíl? Obvodová i úhlová rychlost jsou vektory, ale také poloměr – říká se mu polohový vektor – je vektor (obr. 16). Operace mezi úhlovou rychlostí a polohovým

vektorem se jmenuje vektorový součin, který nejspíš znáte z matematiky, ale ve fyzice jste ho asi nepotkali.

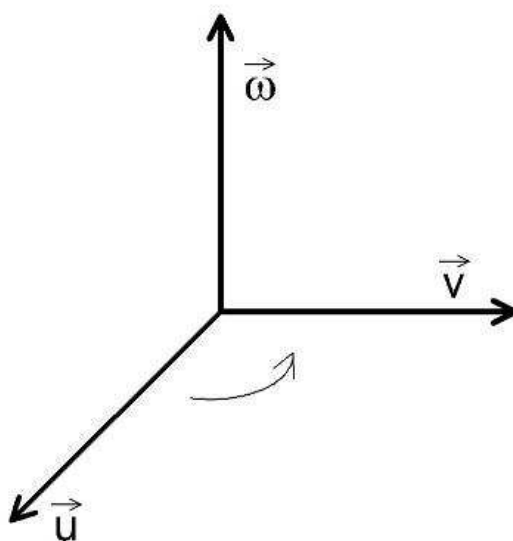
Vektorový součin dvou vektorů $\vec{u}$, $\vec{v}$ neležících na jedné přímce je vektor $\vec{w}$, který má tyto vlastnosti:

- Vektor $\vec{w}$ je kolmý k oběma vektorům $\vec{u}$, $\vec{v}$,
- Vektory $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ tvoří pravotočivou bázi,
- $|\vec{w}| = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin \alpha$, kde α je úhel vektorů $\vec{u}$, $\vec{v}$ a $|\vec{u}|$, $|\vec{v}|$, $|\vec{w}|$ jsou velikosti vektorů.

Pokud vektory $\vec{u}$, $\vec{v}$ leží na jedné přímce, je vektor $\vec{w}$ nulový.

Vektorový součin $\vec{w}$ vektorů $\vec{u}$, $\vec{v}$ značíme $\vec{u} \times \vec{v}$, tj. $\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v}$.

Pravotočivou bázi poznáme pomocí pravé ruky. Pokud prsty půjdou od prvního vektoru $\vec{u}$ k druhému $\vec{v}$, vztyčený palec nám ukazuje směr vektoru $\vec{w}$.



Uvádí [11].

Ted' ale zpět ke vztahům (1) a (2). Proč jste si ve škole říkali, že platí (1), ale ve skutečnosti platí (2)? Podívejte se na obr. 16, jaký je úhel mezi vektory $\vec{\omega}$ a $\vec{r}$? Je tam pravý úhel (90°) a $\sin 90^\circ$ je roven jedné, proto pro tento speciální případ můžeme používat vztah (1). Vztah (2) ale platí pro spojnicí $\vec{r}$ s libovolným bodem na ose otáčení.

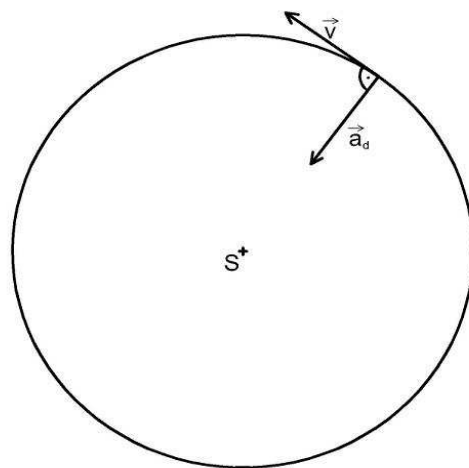
Pro úplnost si ještě zmíníme další dvě fyzikální veličiny, které se zavádějí u pohybu po kružnici. Oběžné době říkáme perioda pohybu a značíme ji T . Za periodu opíše

průvodič plný úhel ($\varphi = 2\pi$). Jednotkou periody je sekunda (je to čas!). Druhá veličina je frekvence, značíme ji f a vyjadřuje počet oběhů za jednotku času. Jednotkou frekvence jsou s^{-1} , tato jednotka se nazývá hertz (značí se Hz).

2.1.2 Zrychlení při pohybu po kružnici

Jako u každého jiného pohybu tělesa zrychlují a zpomalují, také družice se musí „rozpohybovat“ a roztočit. U auta jedoucího po přímé silnici je zrychlení naprosto jasné. Je to „změna rychlosti za jednotku času“, matematicky tedy $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$. Zrychlení je samozřejmě vektor, který při přímočarém pohybu míří stejným směrem jako vektor rychlosti. Jednotkou zrychlení je $m \cdot s^{-2}$. Toto zrychlení, o kterém teď mluvíme, urychluje těleso ve směru rychlosti.

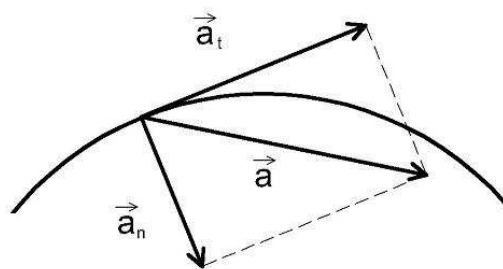
U pohybu po kružnici (nebo při jakémkoli jiném pohybu než přímočarém) je to trošičku složitější. Nejdříve si ale zopakujeme, co je to dostředivé zrychlení, které byste měli znát ze školy. Značí se $\vec{a}_d$ a jeho směr je v každém okamžiku do středu kružnice (nebo kruhového oblouku), podívejte se na obr. 18. Proč tam vůbec je nějaké dostředivé zrychlení? Když se podíváte zpět na obr. 17, zjistíte, že směr rychlosti se neustále mění, a když se mění rychlost (nezapomeňte, že je to vektor - má



Obr. 18: Dostředivé zrychlení

velikost a směr, a stačí, aby se měnilo pouze jedno z toho), tak tam přeci musí být nějaké zrychlení. Dostředivé zrychlení však neurychluje pohyb, ale „zatáčí ho“. Jeho velikost vypočítáme pomocí vztahu $a_d = \frac{v^2}{r}$ nebo pomocí $a_d = \omega^2 r$, podle toho, který vztah se nám v konkrétním případě hodí. Dostředivé zrychlení má také jednotku $m \cdot s^{-2}$.

V obecných případech, kdy těleso zrychluje a ještě k tomu zatáčí, se uplatňují obě tato zrychlení, o kterých jsme si říkali před chvílí. Je tam „urychlující“ zrychlení, říká se mu tečné (má směr tečný k trajektorii pohybu a značí se $\vec{a}_t$), a „zatáčivé“ zrychlení, kterému se obecně říká normálové

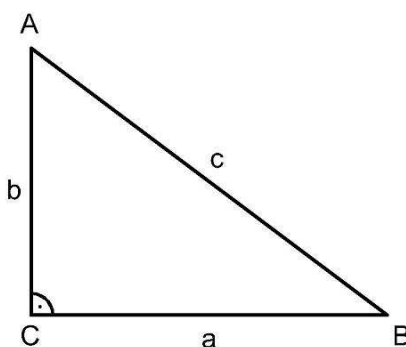


Obr. 19: Zrychlení

(má směr kolmý k trajektorii a značí se $\vec{a}_n$). Nenechte se zmást dalším zrychlením, normálové a dostředivé je v podstatě to samé, jen je to obecnější pojem, kdyby náhodou trajektorie nebyla celá kružnice, ale jen oblouk. Celkové zrychlení pohybu značíme $\vec{a}$, a je to vektorový součet obou těchto zrychlení, tedy $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$. Podívejte se na obr. 19, kde jsou zrychlení znázorněna. Napadá někoho, jak by se dala vypočítat velikost celkového zrychlení? Když se podíváte na obr. 19, jaký je mezi normálovým a tečným zrychlením úhel? Je tam pravý úhel, to znamená, že máme pravoúhlý trojúhelník a můžeme využít Pythagorovu větu. Tedy velikost celkového zrychlení je $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$.

I o půlnoci byste ji měli znát, ale pro jistotu.

Pythagorova věta: Jsou-li a , b velikosti odvěsen, c je velikost přepony pravoúhlého trojúhelníku, platí: $c^2 = a^2 + b^2$.



Zopakovali jsme si pojmy, které jste nejspíš už někdy slyšeli. Teď něco nového. Když existuje zrychlení („změna rychlosti“), jak jsme si již řekli, myslíte, že se mění i úhlová rychlost? Samozřejmě, že ano. Říká se mu úhlové zrychlení, značíme ho $\vec{\epsilon}$. A úplně analogicky to je „změna úhlové rychlosti za jednotku času“, matematicky $\vec{\epsilon} = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}$. Stále samozřejmě platí pro všechny vztahy, kde se objevuje Δt , že „časová změna“ Δt se limitně blíží k nule, jak jsme řekli výše. Znamená to, že časový interval musí být tak malý, že je skoro nula. Úhlové zrychlení má podobný smysl jako tečné zrychlení – když je nenulové jedno, je nenulové i druhé. Obě zrychlení vyjadřují, že se pohyb zrychluje, ale totožná nejsou, ukážeme si proč. Výše jsme si řekli, jaký je vztah mezi obvodovou rychlostí a úhlovou rychlostí: $v = \omega \cdot r$. Když půjdeme dál, získáme vztah pro zrychlení: $a_t = \epsilon \cdot r$. Zamyslíme-li se nad ním, zní logicky – „změna

rychlosti za čas“ je zrychlení, a protože je to obvodová rychlost, získáme tečné (obvodové) zrychlení a „změna úhlové rychlosti za čas“ je úhlové zrychlení. Korektně fyzikálně se vztah pro zrychlení získá derivací vztahu pro rychlost.

2.2 Mechanika tuhého tělesa

Dalším okruhem fyziky, který potřebujeme znát pro vysvětlení stabilizace družice Magion 4, je mechanika tuhého tělesa. Doposud jsme se nezabývali tvarem a rozměry tělesa, teď už na nich bude záležet, jak se dozvíme dále. Tuhé těleso je ideální těleso, které nemění svůj tvar ani objem působením libovolně velkých sil. Za tuhé těleso můžeme považovat i naši družici.

2.2.1 Moment síly

Při posuvném pohybu je, jak všichni víme, důležitou fyzikální veličinou síla $\vec{F}$. Moment síly je obdobně důležitý při otáčivém pohybu. Pouze „samotná“ síla nestačí, protože záleží i na místě, kde ta síla působí (na kolmé vzdálenosti od osy otáčení). Všichni přesně tento fakt známe ze svého života. Nikdo nebude přeci dveře otevírat blízko pantů. Klika důmyslně využívá fyzikálních zákonů a je právě co nejdál od osy otáčení (od pantů).

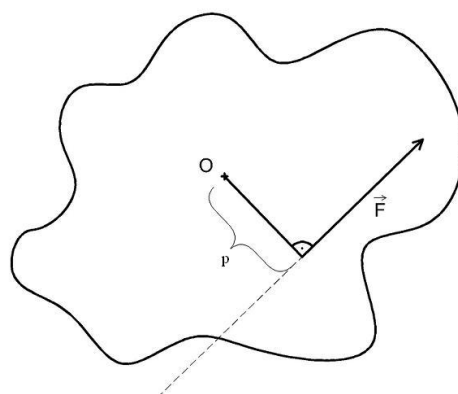
A teď trochu vědecktěji. Moment síly je vektorová fyzikální veličina, značí se $\vec{M}$ a ze školy (možná už ze základní) víte, že závisí na síle a vzdálenosti, matematicky zapsáno se velikost momentu síly rovná:

$$M = p \cdot F, \quad (3)$$

kde F je velikost síly a p je rameno síly. Rameno síly je vždycky nejkratší (tj. kolmá) vzdálenost přímky, ve které leží $\vec{F}$, od bodu O, vzhledem ke kterému moment počítáme (obr. 20). Jednotkou momentu síly je N·m. A jak vás možná překvapilo (nebo nepřekvapilo ☺), že úhlová rychlost není tak jednoduchá, jak jste si pamatovali ze školy, s momentem síly je to podobné. Ve skutečnosti je moment síly dán vztahem:

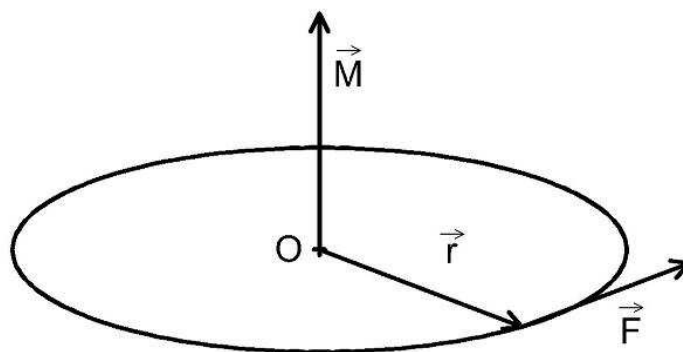
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}, \quad (4)$$

kde $\vec{r}$ je průvodič, vektor mezi působištěm síly a bodem O. Ve škole jste si určitě řekli, že směr momentu síly určujeme pravidlem



Obr. 20: Rameno síly

pravé ruky. (Položíme-li pravou ruku na těleso tak, aby prsty ukazovaly směr síly, pak vztyčený palec ukazuje směr momentu síly.) Měli jste to přijmout bez vysvětlení, proč to tak je a některým to mohlo připadat i „podivné“, že je tam



Obr. 21: Moment síly

nějaká fyzikální veličina, kterou nevidíme a míří ven nebo dovnitř tabule (sešitu), jak vidíme na obr. 21. Teď, když už víme, že ve skutečnosti je moment síly dán vektorovým součinem, je už jasné, proč říkáme tu podivnou poučku o směru. Mimochodem takových fyzikálních veličin, které „nevidíme“, je celá řada a o některých z nich budeme ještě mluvit.

2.2.2 Moment setrvačnosti středoškolsky

Další velmi důležitou fyzikální veličinou, kterou potřebujeme k vysvětlení stabilizace Magionů, je moment setrvačnosti. Opět se tato veličina týká otáčivého pohybu. Vystihuje míru setrvačnosti a je analogický k hmotnosti. U přímočarého (posuvného) pohybu platí, a všichni to známe i ze svého života, že čím těžší těleso (větší hmotnost), tím hůř se „rozpohybovává“. Když budeme roztlačovat sánky se slonem, hodně se nadřeme a bude to trvat delší dobu, než kdybychom měli na sánkách myš. Taky naopak platí, že když už se sánky se slonem rozjedou, pojedou dlouho a bude těžší je zastavit. Veličina, která toto určuje, je hmotnost. U pohybu přímočarého hmotnost stačí, ale u otáčení je potřeba zase ještě započítat tu vzdálenost od osy otáčení, která všechno ovlivňuje. A právě to nám vystihuje moment setrvačnosti. Je to stejné, jako jsme si říkali u síly a momentu síly. Není potřeba se slova „moment“ lekat ☺.

Moment setrvačnosti tělesa vzhledem k ose otáčení (vždy je potřeba uvést vůči čemu se to otáčí, když záleží na vzdálenosti od té osy, jak jsme řekli výše) je fyzikální veličina označována J (v některých učebnicích také I) a definovaná vztahem:

$$J = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2, \quad (5)$$

kde $m_1, m_2, \dots, m_n$ jsou hmotnosti jednotlivých bodů tělesa a $r_1, r_2, \dots, r_n$ jsou vzdálenosti (nejkratší - kolmé) od osy otáčení. Jednotkou momentu setrvačnosti je $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ (ale není potřeba se ji učit nazpaměť, je úplně „průhledná“ a lze ji odvodit ze vztahu pro výpočet). Zápis vztahu (5) lze také trochu zkrátit na tvar: $J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$.

Tento druhý vztah vyjadřuje úplně to samé, jen jsme si zjednodušili práci pomocí symbolu. Než abychom vypisovali spoustu písmenek, shrneme to jedním symbolem. Symboly jsou dohody fyziků a matematiků a mají nám zjednodušovat práci, abychom se neupsali k smrti.

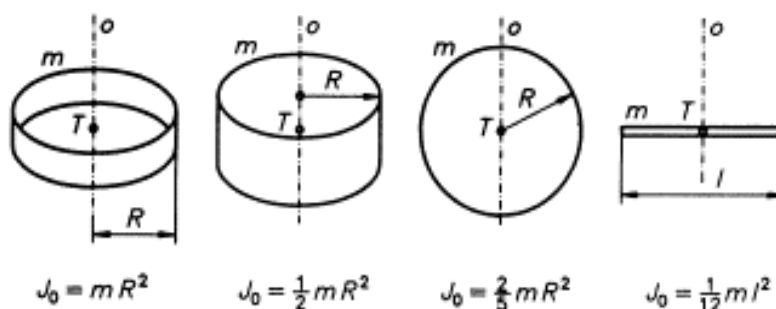
Součet prvků:

$$\sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

Sumační symbol je řecké velké písmenko sigma a znamená součet členů od a_1 do a_n .

Př. Pokud $n = 3$, součet vypadá následovně: $\sum_{i=1}^3 a_i = a_1 + a_2 + a_3$

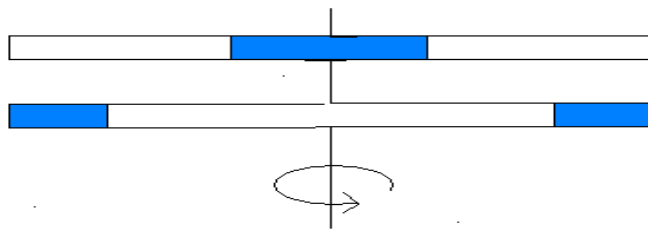
Ale zpět k momentu setrvačnosti – jak je vidět ze vztahu, vyjadřuje rozložení látky v tělese vzhledem k určené ose a tím ovlivňuje i míru setrvačnosti otáčení právě podle té osy. Pro některá tělesa jsou momenty setrvačnosti už vypočítané a uvedené na obr. 22 (zleva obruč nebo dutý válec, plný válec, koule a tenká tyč), abychom je nemuseli stále dokola počítat. Také to není nic jednoduchého je spočítat, když si uvědomíme, že musíme započítat opravdu každý bod tělesa. Pro ty z vás, kteří se už trochu víc vyznáte, tak způsob, jak se moment setrvačnosti spočítá pro libovolné těleso, je integrací. Pro naše potřeby ale stačí vědět, že existuje a na čem závisí.



Obr. 22: Moment setrvačnosti těles (převzato z <http://radek.jandora.sweb.cz/f04.htm>)

Těleso, které se otáčí kolem osy souměrnosti a má vzhledem k ní velký moment setrvačnosti, se nazývá setrvačník.

V úvodu této kapitoly jsme mluvili o analogii momentu setrvačnosti s hmotností. Na následujícím příkladu si ji objasníme. Všichni máme určitě zkušenost s roztáčením tyče.



Obr. 23: Moment setrvačnosti tyčí

Pokud budeme mít dvě tyče, na pohled stejné, se stejnou hmotností, stejně dlouhé, s těžištěm ve středu tyče. Při pohybu posuvném se také budou chovat stejně. Jakmile je však začneme roztáčet kolem osy procházející středem tyče, zjistíme rozdíl. Na obr. 23 vidíme vnitřek obou tyčí. Jedna má hmotu soustředěnou u středu tyče, druhá má hmotu (o stejné hmotnosti) u krajů tyče. První má tedy menší moment setrvačnosti, a proto ji snadněji roztočíme. Druhá tyč má větší moment setrvačnosti, hůře se nám bude roztáčet, ale na druhou stranu, déle se vydrží točit. Tento příklad je převzatý z [11].

Nyní si ukážeme, kde se vůbec moment setrvačnosti vzal, proč má právě tento tvar. Všechno vychází z kinetické energie. Kinetickou energii vypočítáme podle vztahu:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2, \quad (6)$$

kde m je hmotnost hmotného bodu a v je rychlost, jakou se pohybuje. Jednotkou kinetické energie je samozřejmě J (joule). Když budeme počítat kinetickou energii tělesa, musíme sečíst kinetickou energii jednotlivých bodů (viz obr. 24), ze kterých se těleso skládá, matematicky to vypadá následovně:

$$E_k = E_{k1} + E_{k2} + \dots + E_{kn} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \dots + \frac{1}{2}m_nv_n^2.$$

Protože víme, že $v = r \cdot \omega$, dosadíme to do vztahu výše. Dostáváme tedy rovnici:

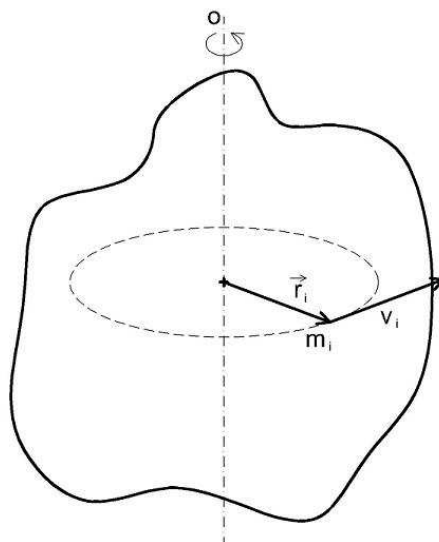
$$E_k = \frac{1}{2}m_1r_1^2\omega^2 + \frac{1}{2}m_2r_2^2\omega^2 + \dots + \frac{1}{2}m_nr_n^2\omega^2.$$

Není potřeba psát index u úhlové rychlosti ω , protože, jak víme, při otáčivém pohybu mají všechny body tělesa úhlovou rychlost stejnou. Nyní můžeme tedy vytknout člen $\frac{1}{2}\omega^2$ a dostáváme výraz:

$$E_k = \frac{1}{2}\omega^2(m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + \dots + m_nr_n^2).$$

Když se podíváme do závorky, zjistíme, že tam je přesně výraz pro moment setrvačnosti vzhledem k ose otáčení. Odtud se tedy vzal moment setrvačnosti. Kinetická energie tedy závisí na úhlové rychlosti a momentu setrvačnosti J podle vztahu:

$$E_k = \frac{1}{2} J \omega^2. \quad (7)$$



Obr. 24: Kinetická energie tělesa

Určitě ale nečekáte, že je to ve skutečnosti takhle snadné ☺. Řekli jsme si, jak se moment setrvačnosti učí na střední škole. Ve skutečnosti je moment setrvačnosti složitější, ale dřív než si tu „složitost“ objasníme, musíme zavést nový pojem, se kterým jste se ještě nesetkali – moment hybnosti.

2.2.3 Moment hybnosti

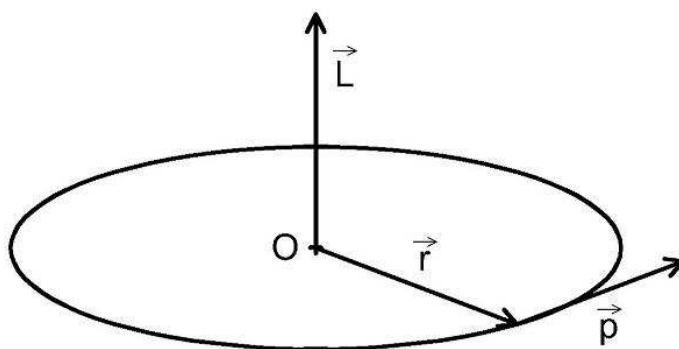
Alespoň jedno slovo z názvu této nové fyzikální veličiny znáte a tím je hybnost. Hybnost je vektorová fyzikální veličina, značí se $\vec{p}$ a je přímo úměrná hmotnosti a okamžité rychlosti, tedy: $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$. Už ze vztahu vidíme, že hybnost má stejný směr jako okamžitá rychlost. Určitě jste se ve škole napočítali mnoho příkladů na hybnost a zákon zachování hybnosti. Nejtypičtější příklady, které vám zaručeně učitel řekl, jsou počítání zpětného rázu pušky, počítání rychlosti vagónů vlaku, které se srazily a dál se pohybují spolu a další. Možná jste si všimli, že všechny tyto příklady byly pro přímočarý pohyb, žádné těleso nezatáčelo ani se nepohybovalo po kružnici. Pro otáčivý pohyb totiž platí zase další zákon, který jste si neuváděli. Během čtení tohoto textu jste se už několikrát setkali s tím, že pro otáčivý pohyb musí platit něco trochu jiného než pro pohyb přímočarý a ani tady není výjimka ☺.

Moment hybnosti (neboli točivost) je analogický s momentem síly. Hybnost „samotná“ by nestačila (ta nám stačí u přímočarého pohybu), tak tam musíme započítat

vzdálenost od osy otáčení. Moment hybnosti vzhledem k bodu O (který může ležet třeba na pevné ose otáčení) se značí $\vec{L}$ a je definován vztahem:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}, \quad (8)$$

kde $\vec{r}$ je polohový vektor k bodu O a $\vec{p}$ je okamžitá hybnost (viz obr. 25). Opět je zde vektorový součin, což znamená, že moment hybnosti je vždy kolmý k polohovému vektoru a k vektoru hybnosti. Směr opět určujeme pravidlem pravé ruky.



Obr. 25: Moment hybnosti

Nyní si rozebereme úplně nejjednodušší případ. Pokud se těleso bude pohybovat po kružnici kolem pevné osy (například váza na hrnčířském kruhu), potom polohový vektor vzhledem ke středu kružnice O a hybnost na sebe budou navzájem kolmé. Tedy $\sin 90^\circ$ je roven jedné a vztah (8) můžeme zjednodušit na tvar pro velikost momentu hybnosti:

$$L = r \cdot p, \quad (9)$$

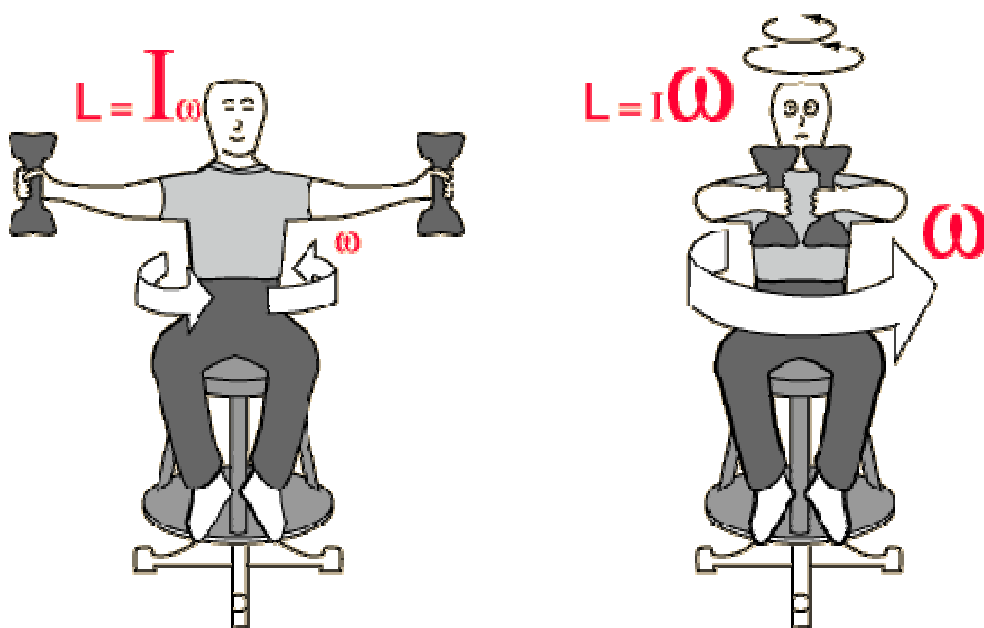
kde r a p jsou velikosti daných vektorů. Směr určíme jednoduše pravidlem pravé ruky. Ale budeme pokračovat v úpravách. Všichni víme, že $p = m \cdot v$ a $v = \omega \cdot r$. Tyto výrazy dosadíme do vztahu (9) a získáme: $L = r \cdot m \cdot \omega \cdot r = m \cdot r^2 \cdot \omega = J \cdot \omega$. Vztah (9) tedy máme v jiném tvaru:

$$L = J \cdot \omega, \quad (10)$$

kde J je moment setrvačnosti vzhledem k ose otáčení a ω je úhlová rychlost. Moment hybnosti je tedy v tomto nejjednodušším případě přímo úměrný J a ω . V obecném případě si vztah pro moment hybnosti ukážeme později.

2.2.4 Zákon zachování momentu hybnosti

Stejně jako platí zákon zachování hybnosti, platí i zákon zachování momentu hybnosti. Celkový moment hybnosti izolované soustavy je konstantní (co do velikosti i do směru). Izolovaná soustava je taková, že na ni nepůsobí žádné vnější síly, tedy žádné vnější momenty sil. Pokud nějaká vnější síla začne působit, změní se moment hybnosti. Všichni znáte důsledky tohoto zákona ze svého života, jen nevíte, že to je právě tento zákon. Určitě jste se někdy dívali na krasobruslaře při piruetách. Všimli jste si, že když se chce krasobruslař hodně točit (rychleji a déle), stáhne ruce k sobě? A naopak pokud chce zpomalit točení, roztáhne ruce do upažení? Právě za tímto jevem stojí zákon zachování momentu hybnosti. Podívejte se na následující obrázek (obr. 26), na něm je vše krásně vidět.



Obr. 26: Zákon zachování hybnosti (obrázek převzat z <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/HBASE/rstoo.html>)

Na obr. 26 je krásně vidět zákon zachování momentu hybnosti. Označené I je moment setrvačnosti, již výše jsme uváděli, že někdy se značí místo J písmenkem I . Soustava s postavou na točící židli je izolovaná, tedy moment hybnosti musí být konstantní. Směr řešit nemusíme, ten je stále stejný podél osy otáčení. Velikost je také stále stejná, ale jednou je větší moment setrvačnosti (obrázek vlevo, rozpažené ruce), tím pádem menší úhlová rychlost (točí se pomaleji). Podruhé (se staženými pažemi) je moment setrvačnosti menší, a protože součin musí být stále stejný, musí to „dohnat“ na úhlové

rychlosti, proto se točí rychleji. Matematicky to vyjadřuje rovnice: $J_1 \cdot \omega_1 = J_2 \cdot \omega_2$. Takto princip funguje i u zmíněných krasobruslařů (s malými odchylkami, protože nejsou zcela v izolované soustavě).

2.2.5 Moment setrvačnosti je tenzor

Nyní se dostaneme k tomu, co jsme už nastínili výše, a to, že moment setrvačnosti je ve skutečnosti složitější než jedno jediné číslo (skalární veličina).

Skalární veličiny jsou takové, které mají pouze velikost s jednotkou, nemají směr. Stačí tedy pro jejich určení jedno jediné číslo (například hmotnost). Vektorová veličina už ke svému určení potřebuje dva údaje, a to velikost a směr (samozřejmě s jednotkou). Z matematiky si určitě pamatujete, že v analytické geometrii jste počítali spoustu příkladů na vektory. Je to obdobné jako ve fyzice, matematika je nástroj pro fyziku. Pouze v matematice to byly vektory obecně, zatímco ve fyzice si už můžeme vzít konkrétní vektor (například síly, rychlosti, zrychlení, atd.). Pokud máme zavedenou soustavu souřadnic (nejčastěji kartézskou, tj. všechny tři osy jsou na sebe navzájem kolmé), stačí k určení vektoru tři čísla, a to složky ve směru os x , y a z . Nejčastěji jste v matematice značili vektor obecně $\vec{u}$ se složkami $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$. Tenzor je ještě více čísel. Tenzor 2. řádu je 9 čísel, to znamená, že se dají zapsat do čtvercové matice 3×3 (3. řádu). Řád tenzoru není totéž co řád matice, pouze se to stejně jmenuje.

Matice A typu (m, n) nazýváme schéma mn reálných čísel $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{mn}$, sestavených v m řádcích a n sloupcích:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Je-li $m = n$, pak A se nazývá čtvercová matice n -tého řádu. Prvky $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ matice A tvoří její hlavní diagonálu.

Tuto definici matice uvádí [12].

Dá se říci, že vektor je také tenzor, ale 1. řádu.

Ale zpět k momentu setrvačnosti. V kapitole 2.2.2 jsme si sice odvodili moment setrvačnosti vzhledem k pevné ose otáčení, ale v reálném životě se nám tělesa mohou otáčet kolem libovolné osy (ale v reálném životě máme většinou osu pevnou). Vyjdeme z momentu hybnosti: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$. Ale protože to potřebujeme pro celé tuhé těleso, musíme sečíst jednotlivé momenty hybnosti všech bodů tuhého tělesa (opět použijeme

symbol pro sčítání, protože rozepisovat součet všech bodů by bylo opravdu zoufalé ☺). Dostáváme tedy:

$$\vec{L} = \sum_k \vec{r}_k \times \vec{p}_k \quad (11)$$

(index k značí součet přes všechny body tuhého tělesa, i je tedy od jedné do N bodů, z důvodu přehlednosti však do vztahů budeme psát pouze samotné k). Dále všichni víme, že hybnost je $\vec{p}_k = m_k \cdot \vec{v}_k$ a $\vec{v}_k = \vec{\omega} \times \vec{r}_k$. Oba tyto vztahy dosadíme do vztahu (11). Získáváme tedy vztah:

$$\vec{L} = \sum_k \vec{r}_k \times m_k (\vec{\omega} \times \vec{r}_k). \quad (12)$$

Dále využijeme několik pravidel pro práci s vektorovým součinem. První z nich je, že skalár (číslo), kterým násobíme, můžeme „posouvat“ od jednoho vektoru k druhému, jak potřebujeme. Výsledek vektorového součinu tato operace neovlivní.

Pro vektorový součin platí:

$$k \cdot \vec{u} \times \vec{w} = \vec{u} \times k \cdot \vec{w}$$

Dostaneme tedy: $\vec{L} = \sum_k m_k \vec{r}_k \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_k)$. Nyní ve vztahu máme dva vektorové součiny za sebou. Použijeme tedy další pravidlo, abychom vztah přepsali bez vektorových součinů.

Dvojný vektorový součin lze vyjádřit:

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$$

Toto pravidlo se mezi fyziky jmenuje „bac minus cab“.

Přepíšeme náš vztah pro moment hybnosti pomocí tohoto pravidla:

$$\vec{L} = \sum_k m_k [\vec{\omega}(\vec{r}_k \cdot \vec{r}_k) - \vec{r}_k(\vec{\omega} \cdot \vec{r}_k)]. \quad (13)$$

Když se podíváme pozorně, zjistíme, že v kulatých závorkách je násobení, zdánlivě obyčejné, ale je mezi dvěma vektory. Tomuto násobení říkáme skalární součin. Značí se stejně jako součin čísel „tečkou“, pouze je mezi dvěma vektory, podle toho ho poznáme. Když se ale podíváte do nějaké učebnice fyziky a matematiky pro pokročilé nebo vysokoškolské studenty, zjistíte, že součin čísel (skalárů) se už neoznačuje tečkou,

ale „nicem“. Potom je tedy součin pouze řada písmenek, například $L = J\omega$ (velikost momentu hybnosti).

Skalární součin dvou vektorů $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$, $\vec{w} = (w_1, w_2, w_3)$ je číslo:

$$u_1 w_1 + u_2 w_2 + u_3 w_3.$$

Skalární součin značíme $\vec{u} \cdot \vec{w}$.

Nyní použijeme všechna pravidla a budeme dál upravovat výraz pro moment hybnosti. Nejprve si ale ujasníme, jaké vektory se nám ve vztahu objevují a jak si je označíme. Vektor momentu hybnosti $\vec{L} = (L_x, L_y, L_z)$ (výsledný, je jen jeden), potom máme úhlovou rychlost $\vec{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ (také je jen jeden vektor, všechny body mají stejnou úhlovou rychlost) a poslední polohový vektor $\vec{r}_k = (x_k, y_k, z_k)$ (těch je N, protože každý bod tělesa má vlastní polohový vektor). Pokračujeme tedy v úpravách vztahu (13):

$$\begin{aligned} \vec{L} &= \sum_k m_k [\vec{\omega}(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2) - \vec{r}_k(\omega_x x_k + \omega_y y_k + \omega_z z_k)] = \\ &= \sum_k m_k \vec{\omega}(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2) - \sum_k m_k \vec{r}_k(\omega_x x_k + \omega_y y_k + \omega_z z_k) \quad (14) \end{aligned}$$

V druhém řádku jsme sumu „rozdělili“ (je to stejné jako roznásobování závorek číslem). Dál budeme odvozovat každou složku momentu hybnosti zvlášť, ať se neztratíme v indexech ☺.

Vektor $\vec{g} = k\vec{u} + l\vec{w}$, kde $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$, $\vec{w} = (w_1, w_2, w_3)$, $\vec{g} = (g_1, g_2, g_3)$ a k, l jsou skaláry (čísla), rozepsaný do složek vypadá následovně:

$$g_1 = ku_1 + lw_1$$

$$g_2 = ku_2 + lw_2$$

$$g_3 = ku_3 + lw_3.$$

Od každého vektoru se bere vždy jedna příslušná složka, ale číslo (skalár) zůstává u každé složky. Určitě jste se s tím setkali při počítání lineární kombinace vektorů v analytické geometrii v hodinách matematiky.

Takže moment hybnosti $\vec{L}$ po složkách:

$$\begin{aligned} L_x &= \sum_k m_k \omega_x (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2) - \sum_k m_k x_k (\omega_x x_k + \omega_y y_k + \omega_z z_k) \\ L_y &= \sum_k m_k \omega_y (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2) - \sum_k m_k y_k (\omega_x x_k + \omega_y y_k + \omega_z z_k) \\ L_z &= \sum_k m_k \omega_z (x_k^2 + y_k^2 + z_k^2) - \sum_k m_k z_k (\omega_x x_k + \omega_y y_k + \omega_z z_k) \end{aligned} \quad (15)$$

Nyní jsme to pouze formálně přepsali, ale musíme nad tím i trochu přemýšlet a trochu ty rovnice „srovnat“. Pokud totiž poctivě roznásobíme všechny závorky, zjistíme, že se některé členy odečtou a zůstane:

$$\begin{aligned} L_x &= \sum_k m_k \omega_x (y_k^2 + z_k^2) - \sum_k m_k x_k (\omega_y y_k + \omega_z z_k) \\ L_y &= \sum_k m_k \omega_y (x_k^2 + z_k^2) - \sum_k m_k y_k (\omega_x x_k + \omega_z z_k) \\ L_z &= \sum_k m_k \omega_z (x_k^2 + y_k^2) - \sum_k m_k z_k (\omega_x x_k + \omega_y y_k) \end{aligned} \quad (16)$$

Nyní rovnice (16) jen „rozdělíme“ (opět „roznásobíme i se součty“), „vyhodíme“ složky úhlových rychlostí před sumu (můžeme si to dovolit, protože úhlová rychlost je stále stejná a nemění se podle bodů) a srovnáme logicky podle složek:

$$\begin{aligned} L_x &= \omega_x \sum_k m_k (y_k^2 + z_k^2) - \omega_y \sum_k m_k x_k y_k - \omega_z \sum_k m_k x_k z_k \\ L_y &= -\omega_x \sum_k m_k x_k y_k + \omega_y \sum_k m_k (x_k^2 + z_k^2) - \omega_z \sum_k m_k y_k z_k \\ L_z &= -\omega_x \sum_k m_k x_k z_k - \omega_y \sum_k m_k y_k z_k + \omega_z \sum_k m_k (x_k^2 + y_k^2). \end{aligned} \quad (17)$$

Jednou z úprav bylo využití komutativnosti součinu čísel (jinými slovy řečeno, že nezáleží na pořadí součinitelů).

Komutativní zákon:

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Komutativní zákon platí pro součin, součet reálných čísel, pro skalární součin vektorů atd. Ale neplatí pro vektorový součin!

Nyní jsme již téměř u konce. Vztah (17) je vlastně vztah $L = J \cdot \omega$ (10) s tím rozdílem, že (10) je pouze pro speciální případ pro rotaci kolem pevné osy, zatímco (17) je rotace kolem libovolné osy. Ze vztahu (17) se vlastně dá odvodit vztah (10), to si ukážeme později.

Výrazy se sumací přes celé těleso (všechny body tělesa) ve vztahu (17) vyjadřuje rozložení hmoty v tělese vzhledem k uvažované ose otáčení. Pro přehlednost si tyto výrazy označíme:

$$J_{xx} = \sum_k m_k (y_k^2 + z_k^2), \quad J_{yy} = \sum_k m_k (x_k^2 + z_k^2), \quad J_{zz} = \sum_k m_k (x_k^2 + y_k^2)$$

$$J_{xy} = J_{yx} = - \sum_k m_k x_k y_k, \quad J_{xz} = J_{zx} = - \sum_k m_k x_k z_k, \\ J_{yz} = J_{zy} = - \sum_k m_k y_k z_k \quad (18)$$

Právě těchto devět veličin tvoří tenzor momentu setrvačnosti, který charakterizuje setrvačné účinky tělesa při rotaci kolem libovolné osy. Pro přehlednost se těchto devět údajů může uspořádat do matice:

$$J_{ij} = \begin{pmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{yx} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} \end{pmatrix}, \quad (19)$$

kde $i, j = x, y, z$ (index ij značí všechny možné kombinace písmenek x, y, z). Rovnice (17) nyní můžeme přepsat s právě zavedeným značením:

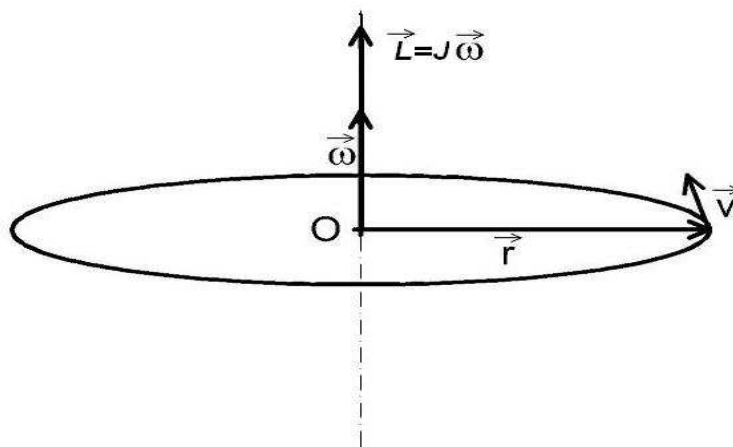
$$L_x = J_{xx}\omega_x + J_{xy}\omega_y + J_{xz}\omega_z \\ L_y = J_{yx}\omega_x + J_{yy}\omega_y + J_{yz}\omega_z \quad (20) \\ L_z = J_{zx}\omega_x + J_{zy}\omega_y + J_{zz}\omega_z.$$

A ve zkrácené podobě:

$$L_i = J_{ij}\omega_j, \quad (21)$$

kde $i, j = x, y, z$.

Nyní je vztah (21) již velmi podobný vztahu (10). Nutno však poznamenat, že $\vec{\omega}$ může mít obecně jiný směr než $\vec{L}$. Pokud se ale těleso otáčí podél pevné osy, která je ve směru jedné z os souřadnic – konkrétně si určíme, že to bude ve směru osy z . Vektor úhlové rychlosti má potom směr osy z , je tedy nenulová pouze složka ω_z , ostatní složky jsou nulové. To samé platí pro moment hybnosti, také je pouze složka L_z nenulová (viz obr. 27). A poslední fyzikální veličina, která se nám v tomto vztahu redukuje, je moment setrvačnosti. Protože se těleso otáčí kolem pevné



Obr. 27: Směr momentu hybnosti a úhlové rychlosti

osy, moment setrvačnosti je pouze jedno jediné číslo. Vztah nám tedy přechází na obyčejnou rovnici $L = J \cdot \omega$. Není již potřeba používat indexy, vše je pouze ve směru osy z. Když ve škole počítáte příklady, tak také nepíšete, že auto se pohybuje ve směru osy y ☺.

2.2.6 Co vše se ukrývá v momentu setrvačnosti?

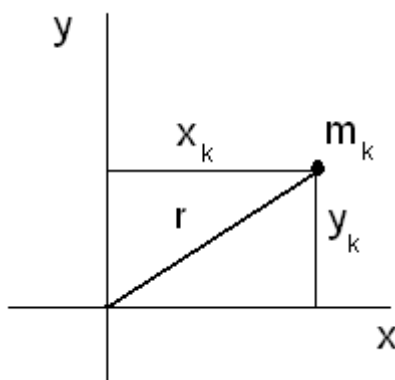
Ale zpět k momentu setrvačnosti. V těchto devíti výrazech se skrývá mnoho informací.

$$J_{ij} = \begin{pmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{yx} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} \end{pmatrix} \quad (22)$$

Již od pohledu můžeme určit, že se jedná o symetrickou matici (to znamená, že je symetrická podle hlavní diagonály). Je v ní tedy pouze šest nezávislých výrazů. Na hlavní diagonále jsou složky se stejnými indexy J_{xx}, J_{yy}, J_{zz} , které nazýváme momenty setrvačnosti vůči souřadnicovým osám. Když se podíváte na první tři výrazy v (18), vždy se tam opakuje součet přes celé těleso ze součinu hmotnosti a součtu druhých mocnin dvou souřadnic určitého bodu tělesa. Hmotnost nás u momentu setrvačnosti nepřekvapí, víme, že tam je. Ale co znamená součet druhých mocnin souřadnic? Je to druhá mocnina vzdálenosti daného bodu od třetí osy (od té, která se „písmenkově“ nevyskytuje v součtu).

Vzdálenost bodu m_k v rovině od počátku souřadnic je

$$r = \sqrt{x_k^2 + y_k^2}$$



Pokud ve výrazu není odmocnina, počítáme druhou mocninu vzdálenosti. A přestože je obrázek výše v rovině, postačí nám pro představu. Vzdálenost bodu od počátku souřadnic je stejná jako od třetí osy, je to takový průmět. Představte si, že osa z směřuje

směrem k vám. Takže J_{xx}, J_{yy}, J_{zz} vyjadřují moment setrvačnosti vzhledem k souřadnicovým osám (jak známe ze školy).

Zbýlé složky tenzoru se smíšenými indexy J_{xy}, J_{xz}, J_{yz} (stačí uvádět pouze tyto tři, protože zbylé tři jsou totožné s těmito) se nazývají deviační momenty. Jejich hodnota závisí na dvou různých osách.

Ke každé ose v tělese (k jakékoli) přísluší její tenzor momentu setrvačnosti (každá osa má jiný). Ovšem ze života víte, že ne každá osa je pro otáčení vhodná ☺. Určitě se vám někdy stalo, že jste něčím otáčeli a místo aby těleso „hezky“ rotovalo, tak to různě házelo. To právě způsobují deviační momenty. V každém tělese se ale dají najít tři vzájemně kolmé osy x', y', z' , pro které ty deviační momenty vymizí (stanou se nulovými). Potom máme moment setrvačnosti vyjádřený maticí:

$$J_{ij} = \begin{pmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 \end{pmatrix}, \quad (23)$$

kde J_1 je moment setrvačnosti vzhledem k ose x' , J_2 vzhledem k ose y' a J_3 vzhledem k ose z' a nazývají se hlavní momenty setrvačnosti. Příslušné osy x', y', z' se jmenují hlavní osy setrvačnosti.

Hlavní osy setrvačnosti jsou například u homogenních těles všechny jeho osy souměrnosti. U homogenní koule jsou to všechny osy, které procházejí jejím středem.

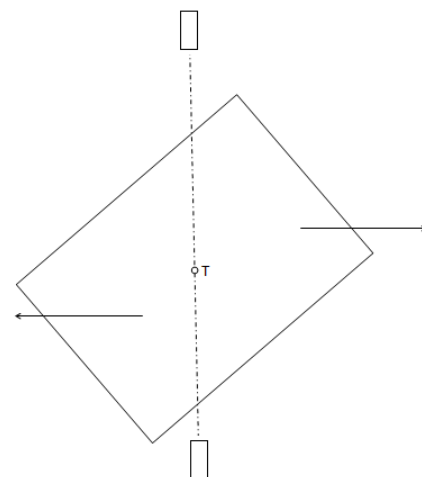
Deviační momenty způsobují deviaci (odklon) od rotační osy, proto jsou nežádoucí. Pokud je otáčející se těleso na hřídeli a nemá nulové deviační momenty (není přesně „vycentrované“), otáčení pak způsobuje velké namáhání hřídele. Dokonce i každé kolo od auta prochází zkouškou na „vycentrování“, aby deviační momenty byly opravdu nulové a kolo se mohlo volně otáčet a „neházelo“.

2.2.7 Volné osy

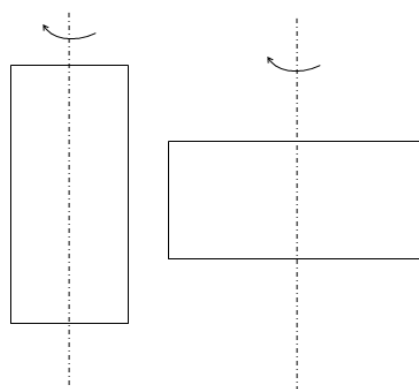
Další důležitou fyzikální zákonitostí nejen pro družice Magion 4 je statická a dynamická rovnováha.

Aby tuhé těleso v homogenním tíhovém poli bylo ve statické rovnováze, musí osa rotace procházet těžištěm tělesa (například obr. 28). Při libovolném otočení zůstane těleso v klidu, protože výsledný moment tíhových sil vzhledem k těžišti je nulový. Tíhová síla tělesa se přenáší na ložiska, kde způsobuje tlak stálým směrem se stálou velikostí. S touto statickou rovnováhou jste se všichni setkali ve škole a mnohokrát ji počítali přes momentovou větu.

Je-li však těleso ve statické rovnováze, nemusí být i v dynamické rovnováze (to znamená, že je v rovnováze i při pohybu - rotaci). Při rovnoměrném otáčení tělesa působí na každý bod odstředivé síly. Vlivem rotace je tam najednou síla, která tam před tím (v klidu) nebyla. Tyto odstředivé síly tvoří dvojice, které se snaží vychýlit rotační osu z její polohy. Pokud je těleso uloženo v ložiscích, odstředivé síly v nich vytvářejí nežádoucí krouživé tlaky, které je více opotřebovávají a například i vyvolávají neklidný chod strojů. Tyto tlaky jsou proměnlivé – mění se velikost i směr. Aby tedy těleso bylo v dynamické rovnováze, musí být nulový celkový moment sil, včetně sil odstředivých. Tato podmínka nastane, pokud bude těleso vzhledem k rotační ose rozloženo tak, aby byly „vykompenzovány“ odstředivé síly (tedy aby výslednice všech elementárních odstředivých sil byla nulová). Jinými slovy, aby byly nulové deviační momenty setrvačnosti. Příkladem je hranol uložený podle obr. 29. Podmínkou dynamické rovnováhy je, že rotační osa musí procházet hmotným středem a musí být jednou z hlavních os setrvačnosti. Takové osy pak nazýváme volné osy.



Obr. 28: Rotace tělesa podle osy procházející těžištěm



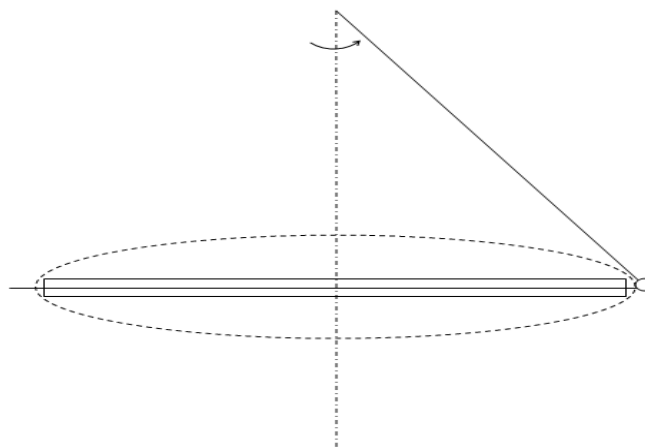
Obr. 29: Volné osy hranolu

Všechny volné osy však nejsou rovnocenné (za předpokladu, že $J_1 \neq J_2 \neq J_3$). Ukážeme si to na jednoduchém pokusu. Zavěsíme tyčku na ohebné lanko. Pokud bude tyčka v klidu, bude viset svisle dolů. Pokud ji začneme pomalu točit, roztočí se podle svislé osy (obr. 30). Jakmile ji ale roztočíme rychleji, osa rotace se změní. Podélná osa tyčky se nastaví do vodorovného směru a tam se bude stabilně otáčet při libovolně vysokých otáčkách (obr. 31).

Otáčení tělesa je stabilní kolem volných os s největším a s nejmenším momentem setrvačnosti. Z pokusu ale vidíme, že nejstabilnější je rotace kolem volné osy, vzhledem ke které je momentem setrvačnosti největší.



Obr. 30: Rotace tyče kolem svislé osy



Obr. 31: Stabilní rotace tyče

2.2.8 Statická a dynamická rovnováha družice Magion 4

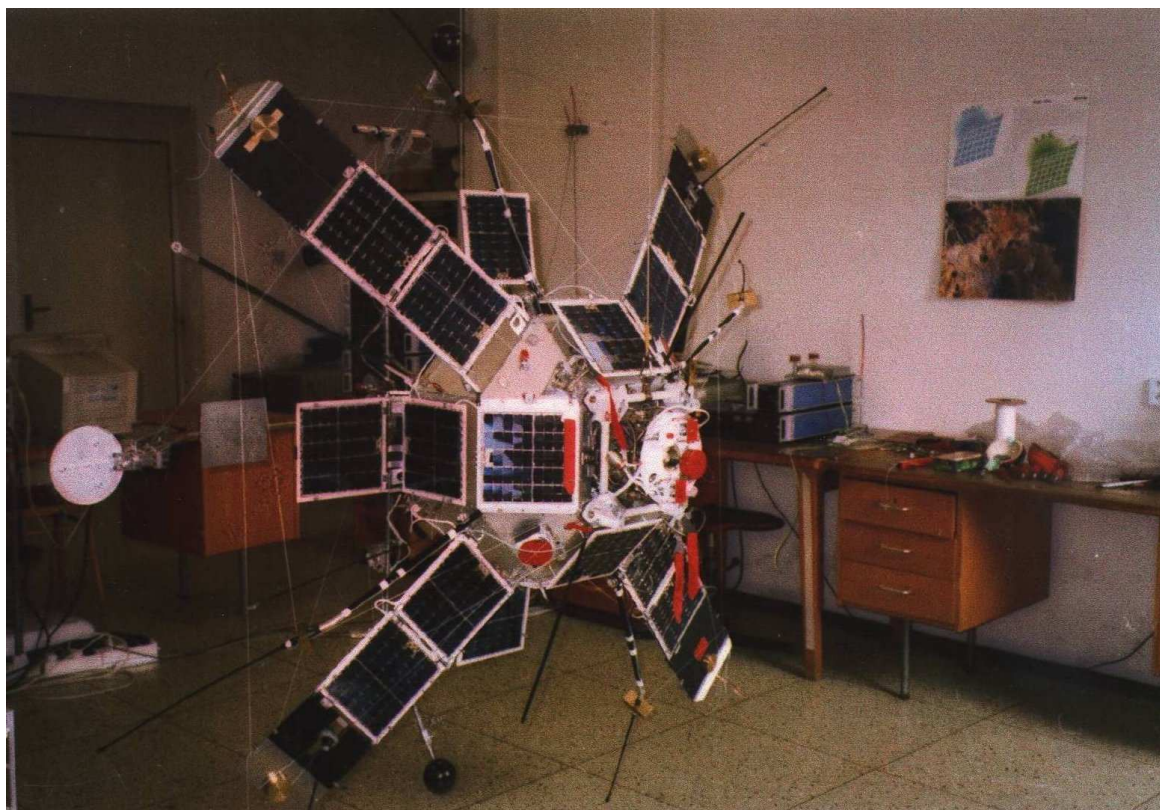
V předchozí kapitole jsme se dozvěděli teorii, nyní si řekneme, jak se s tímto problémem potýkali konstruktéři Magionu 4 v praxi. Samozřejmě je pro družici důležitá jak rovnováha statická, tak rovnováha dynamická. U družic se nedá přesně spočítat, zda v rovnováze bude, jsou to pouze odhady. Proto se muselo dělat dvojí vyvažování. Statická rovnováha je důležitá při oddělování Magionu od mateřské družice. Dynamická rovnováha je důležitá při samotném rotačním pohybu. Ve své laboratoři konstruktéři měřili moment setrvačnosti vzhledem ke všem třem hlavním osám družice. Tato jednoduchá metoda je založená na kmitání. Družice (nebo jakékoli těleso) se zavěsí (obr. 32) a měří se doba kmitu. Z té se pak dá spočítat moment setrvačnosti vzhledem k dané ose. Pokud se o této metodě chcete dozvědět více, podívejte se na webovou stránku fyzikálních praktik MFF UK (<http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/>).



Obr. 32: Měření J

Ing. J. Vojta uvádí, že s momentem setrvačnosti bojovali. Dvě hlavní osy měly moment setrvačnosti skoro stejný, tak se obávali, že setrvačnick nebude „držet“ tak, jak

chtěli. Poté ještě přidali mosazná závažíčka, aby v podélné ose byl moment setrvačnosti přeci jen největší. Nakonec družice Magion ještě absolvovala stejnou zkoušku jako kola u auta. V leteckých opravnách Malešice se vyvážila přesně na k tomu určeném přístroji (jedna otáčka za sekundu).



Obr. 33: Družice Magion 5 při měření momentu setrvačnosti v laboratoři ÚFA AV ČR

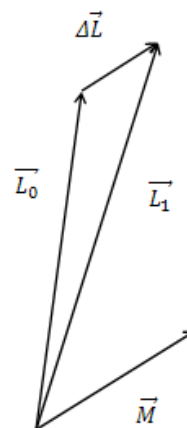
2.2.9 Druhá věta impulsová aneb vztah mezi $\vec{L}$ a $\vec{M}$

Již výše jsme mluvili o zákonu zachování momentu hybnosti. Ten vychází právě z druhé impulsové věty. Je to obecná pohybová rovnice tuhého tělesa při rotačním pohybu a zní: časová změna momentu hybnosti tělesa vzhledem k libovolnému pevnému bodu je rovna výslednému momentu vnějších sil vzhledem k témuž bodu. Matematicky zapsáno:

$$\frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} = \vec{M}. \quad (24)$$

Ve skutečnosti je místo „delt“ derivace (to je informace pouze pro ty z vás, kteří již o derivacích něco vědí). V našem vztahu postačí, pokud se Δt bude limitně blížit nule.

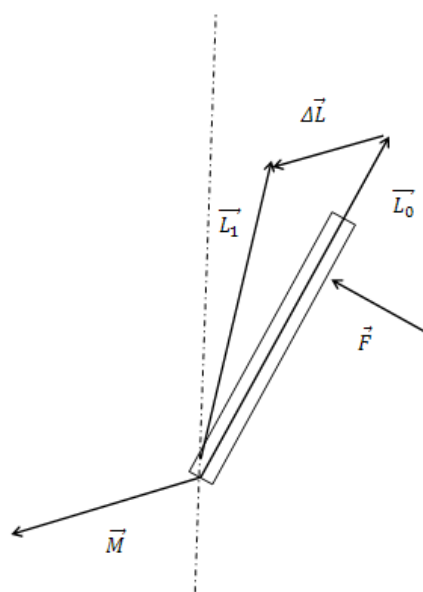
Pokud je výsledný moment vnějších sil nulový, potom je moment hybnosti konstantní. To nám říká zákon zachování momentu hybnosti v kapitole 2.2.4. Pokud ale není nulový, potom se mění i moment hybnosti. Pokud rovnici (24) budeme brát symbolicky a vyjádříme si $\Delta \vec{L} = \vec{M} \cdot \Delta t$, vidíme, že změna momentu hybnosti má stejný směr jako výsledný moment síly působící na těleso. Na obr. 34 je tato změna znázorněna. $\vec{L}_0$ je počáteční moment hybnosti (před působením $\vec{M}$), $\vec{L}_1$ je konečný moment hybnosti (po působení $\vec{M}$). Změna



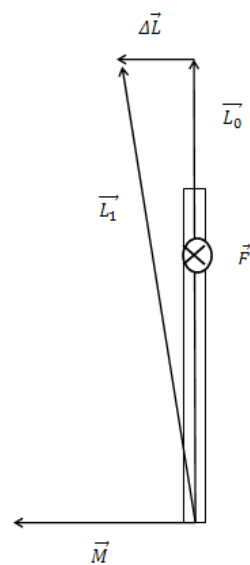
Obr. 34: Změna momentu hybnosti

momentu hybnosti $\Delta \vec{L}$ je rovnoběžná (je stejným směrem) jako $\vec{M}$. Pokud má moment síly $\vec{M}$ stejný směr jako moment hybnosti $\vec{L}$, potom se mění pouze velikost $\vec{L}$ (a tím i velikost úhlové rychlosti $\vec{\omega}$) a nemění se směr. Je-li $\vec{M}$ stále kolmý k $\vec{L}$, mění se jen směr $\vec{L}$ (a tím i směr $\vec{\omega}$), ale nemění se velikost.

Další důležitá otázka, kterou je potřeba si tady uvědomit: Pokud budu na osu rotace točícího se tělesa působit silou (budu třeba strkat rukou do osy točící se káči), odkloním osu ve směru mé síly? Běžně člověk nejspíš řekne, že jasně, nemá důvod odklonit se jinak. Ale vy už nejspíš tušíte, že je to špatná odpověď.



Obr. 35: Vychýlení osy rotace



Obr. 36: Vychýlení osy rotace (pohled z boku)

Trochu oprášíme znalosti, které byly řečeny výše. Moment hybnosti se odklání ve směru momentu síly. Moment síly má vždy kolmý směr k síle, která ho vyvolala (je tam přeci vektorový součin $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$). Takže pokud strčíme do osy otáčení silou, její osa se vychýlí ve směru momentu síly. Na obr. 35 působí síla $\vec{F}$ v rovině nákresny, moment síly $\vec{M}$ pak působí kolmo ven z nákresny (pravidlo pravé ruky). Moment hybnosti se tedy změnil ve stejném směru. Pro lepší představu se podívejte ještě na obr. 36, na němž je síla $\vec{F}$ kolmo k nákresně (je to pohled ze směru působící síly).

2.3 Setrvačník

Setrvačníkem (gyroskopem) nazýváme každé těleso, které se otáčí kolem pevného bodu. Setrvačnicků může být několik druhů a jejich pohyb samozřejmě popisují pohybové rovnice, konkrétně Eulerovy dynamické rovnice. Uvádět si je nebudeme, jsou příliš složité pro naše potřeby, ale naleznete je v [7]. Dokonce jejich řešení je tak obtížné, že existuje pouze pro několik málo speciálních případů.

Pokud má těleso všechny tři hlavní momenty setrvačnosti navzájem různé, nazývá se asymetrický setrvačník. Jsou-li dva ze tří momentů setrvačnosti stejné, pak jde o symetrický setrvačník. A poslední varianta, jsou-li všechny tři rovny, nazývá se kulový setrvačník (například koule, krychle).

Setrvačník v běžné řeči nejčastěji znamená již speciální případ symetrického setrvačnicku, kdy je těleso rotačně symetrické a má vůči rotační ose největší moment setrvačnosti. S takovým setrvačníkem jsme si hráli už jako malí, je to například káča, auta na setrvačník, atd. Takovým setrvačníkem je i družice Magion 4.

Dalším rozdělením setrvačnicků je z hlediska sil, které na ně při pohybu působí. Pokud je vnější silové pole působící na setrvačník nulové, pak se nazývá volný setrvačník (také bezsilový). Naopak těžkým setrvačníkem nazveme setrvačník, který se pohybuje v nenulovém vnějším silovém poli (v tíhovém poli), například káča (viz obr. 37). Volný setrvačník však lze realizovat i v tíhovém poli, pokud jej upevníme v hmotném středu. Příkladem volného setrvačnicku je Maxwellův setrvačník nebo setrvačník v Cardanově závěsu (více v [7] nebo v [9]).



Obr. 37: Káča (převzato z <http://www.brumik.cz/hry.php>)

2.3.1 Pohyb volného setrvačnicku

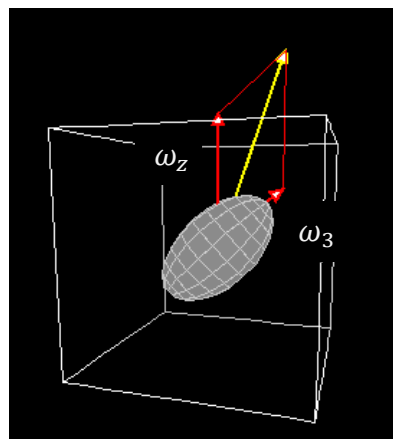
Pohyb volného setrvačnicku je poměrně komplikovaný pohyb a není lehké jej popsat. I když pohyb libovolně obecného setrvačnicku je ještě komplikovanější ☺. Navíc my se můžeme omezit pouze na volné symetrické setrvačnicky, protože družice Magion 4 byla přibližně symetrická podle rotační osy. Následující text bude těsně svázán s apletem na webové stránce: http://os.matfyz.cz/prace/2009dipl_mp/volny_setrvacnik.html. Budeme se snažit, aby názornost apletu pomohla k pochopení fyzikálních zákonitostí

setrvačnicků, takže by bylo dobré si paralelně se čtením textu s tímto apletem „pohrávat“. A nyní již přistoupíme k fyzice...

Pohyb setrvačnicku popisují Eulerovy pohybové rovnice. Nemá smysl je zde přesně uvádět. Důležité je, že v nich vystupují momenty setrvačnosti, úhlová rychlost i úhlové zrychlení a moment vnějších sil. Jsou to diferenciální rovnice, takže je stejně na středoškolské úrovni neumíme řešit. To ale neznamena, že řešení neznáme. Tyto rovnice se velmi zjednodušují faktem, že jde o volný setrvačnick, to znamená, že momenty vnějších sil jsou nulové. Dále se usnadní výpočet tím, že jde o symetrický setrvačnick, to znamená, že dva ze tří momentů setrvačnosti si jsou rovny. Určíme si, že osa rotační symetrie setrvačnicku je osa z, potom platí vztah mezi momenty setrvačnosti: $J_3 \neq J_1 = J_2$.

Z rovnice (24) plyne, že pro volný setrvačnick, kde $\vec{M} = 0$, je tedy i $\vec{\Delta L} = 0$ a tudíž $\vec{L}$ je konstantní.

Řešení Eulerových rovnic nám dává popis pohybu vektoru úhlové rychlosti. Úhlová rychlost $\vec{\omega}$ má tři složky $\omega_x, \omega_y, \omega_z$. Eulerovy rovnice nám přesně říkají, jak jednotlivé složky vypadají. Tedy: $\omega_z = \text{konst.}$, to znamená, že složka vektoru úhlové rychlosti do osy z (tj. do osy rovnoběžné s $\vec{L}$) je stále stejná, nemění se. Na apletu je to červená šipka svislým směrem (obr. 38). Žlutá šipka v apletu ukazuje směr úhlové rychlosti $\vec{\omega}$ a červené šipky jsou složky úhlové

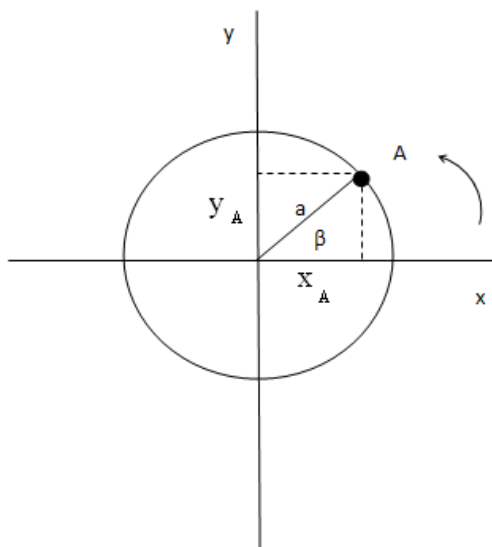


Obr. 38: Složky úhlové rychlosti

rychlosti. Svislou jsme již okomentovali, nyní ta druhá červená složka rovnoběžná s osou symetrie tělesa. Její koncový bod vlastně vytváří kružnici kolem osy z. A i tento fakt „předpovídají“ Eulerovy rovnice. Zbylé dvě složky jsou:

$$\omega_x = R \sin(\Omega t + \alpha) \text{ a } \omega_y = -R \cos(\Omega t + \alpha). \quad (25)$$

Souřadnicové složky bodu A jsou: $x_A = a \cos \beta$, $y_A = a \sin \beta$.



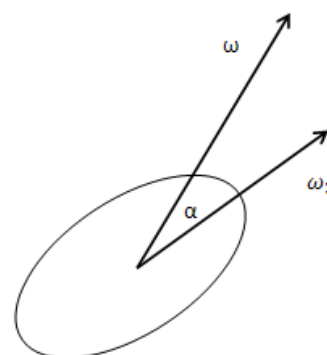
Z kapitoly 2.1.1 víme, že úhel je roven součinu úhlové rychlosti a času, tedy: $\beta = \Omega t$. Obrázek v rámečku je vlastně pohled shora. Takže složky ω_x, ω_y znamenají, že se koncový bod úhlové rychlosti pohybuje po kružnici v rovině xy. Ve výrazech (25) se navíc objevují další dvě veličiny, R a α . Ty závisí na počátečních podmínkách pohybu, to znamená na úhlové rychlosti v čase $t = 0$ (jak těleso na začátku „roztočíme“). R je vlastně poloměr kružnice, po níž se pohybuje koncový bod úhlové rychlosti, a α je počáteční úhel. Pokud si v apletu na záložce „Úhel bodu“ nastavíte nulu, přesně se vykreslí opisovaná kružnice.

Koncový bod vektoru úhlové rychlosti se tedy otáčí kolem z-ové osy úhlovou rychlostí Ω . Eulerovy rovnice dokonce říkají, jaký vztah pro tuto rychlost platí:

$$\Omega = \frac{\omega \cos \alpha (J_3 - J_1)}{J_1} \quad (26).$$

Tento podivný pohyb osy rotace (tedy i úhlové rychlosti) nazýváme regulární precese a úhlovou rychlost Ω přirozeně nazýváme rychlostí precese.

Pohyb volného setrvačníku je tedy „složen“ ze dvou rotací. První je samotné otáčení tělesa kolem své rotační osy a druhou rotací je otáčení rotační osy (úhlové rychlosti) kolem pevného směru osy z.

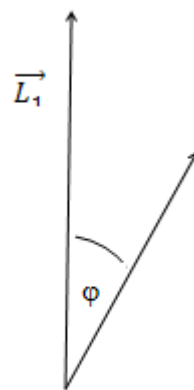


Obr. 39: Složka úhlové rychlosti

Když se podíváte na pravou stranu apletu, vidíte, jak vektor úhlové rychlosti svou rotací vytváří kužel. Pokud se chcete dozvědět ještě více, přečtěte si text na stránkách apletu.

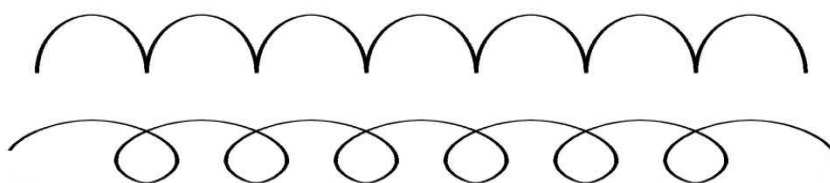
Pokud jsou počáteční podmínky rotace takové, že úhlová rychlost míří stejným směrem jako rotační osa (to znamená, že ω_x, ω_y jsou nulové, nenulová je pouze složka ve směru osy z), potom k žádné precesi nedochází a osa rotace má stále stejný směr. Na apletu tento případ uvidíte, nastavíte-li si záložku „Odchýlení“ na hodnotu nula.

Nyní oprášíme poznatky z předchozích kapitol a všechny je tu použijeme na pohyb setrvačníku. Víme, že vektor momentu hybnosti je stále konstantní, to znamená, že v prostoru míří stále stejným směrem, pokud na něj nepůsobí momenty vnějších sil. Dále již víme, že rotace kolem volné osy s největším momentem setrvačnosti je stabilní. Pokud máme setrvačník rotující kolem volné osy, osa stálá v prostoru i v tělese má směr celkového momentu hybnosti. Chceme-li osu vychýlit (změnit směr osy), musíme na ni působit nenulovým momentem sil $\vec{M}$. Nesmíme však zapomenout, že pokud působíme silou $\vec{F}$, směr vychýlení (to znamená směr změny momentu hybnosti $\Delta\vec{L}$) je ve směru momentu síly $\vec{M}$. Rotoval-li setrvačník před působením $\vec{M}$ kolem své osy symetrie, po působení $\vec{M}$ (působení na krátký okamžik) začne osa symetrie konat precesní pohyb s malým úhlem φ vůči novému směru vektoru momentu hybnosti $\vec{L}_1$ ($\vec{L}_1 = \vec{L}_0 + \Delta\vec{L}$). Takto můžeme změnit směr osy rotace a tím i směr momentu hybnosti.



Obr. 40: Úhel φ

Dalším efektem, který může u setrvačníků nastat, je nutace. Vlivem momentů sil může dojít k dalšímu pohybu osy rotace. Tento pohyb spočívá v tom, že se periodicky mění úhel φ mezi osou symetrie a směrem momentu hybnosti $\vec{L}_1$ (obr. 40). Koncový bod vektoru úhlové rychlosti (osy rotace) pak vytváří takové vlnky (viz obr. 41) podle toho, jak se úhel φ mění. Může se měnit pouze v nějakém úzkém intervalu nebo naopak od 0° do svého maximálního úhlu.



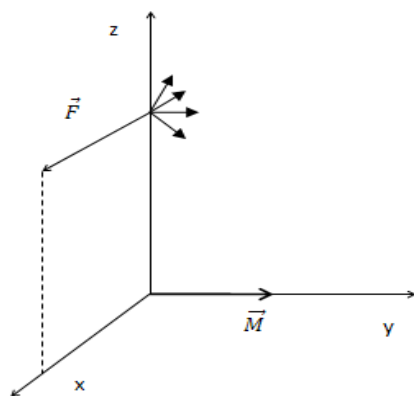
Obr. 41: Vlnky při nutačním pohybu (cykloidy)

Občas bohužel dochází ke zmatkům tím, že někdo nazývá precesi nutací. Dokonce se s tím můžete setkat i v některé literatuře.

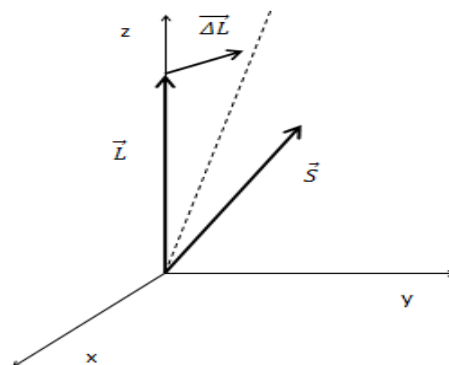
2.4 Stabilizace družic Magion 4 a 5

Nyní již máme potřebné znalosti, abychom pochopili stabilizaci družice Magion 4 a Magion 5. Byly stabilizovány rotací a udržovaly stále směr na Slunce. Pro popis pohybu družic Magion stačí přiblížení, že se chovaly jako volný setrvačnick. I když reálně úplně volné nebyly (působily na ně poruchové momenty například od gravitačního pole nebo sluneční záření). Rotace je mohla stabilizovat, protože rotovaly kolem osy symetrie s největším momentem setrvačnosti a jak víme, taková rotace je stabilní. Momenty setrvačnosti družice Magion byly přibližně: $J_3 = 5,36 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ a $J_1 = J_2 = 5,1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ (tyto technické údaje uvádí [15]). Směr na Slunce byl kvůli orientaci (aby vědci stále věděli, kam Magion směřuje) a pak kvůli energii. Konstrukce Magionu 4 a 5 s výklopnými slunečními panely byla důmyslná. Směřoval-li totiž Magion rotační osou na Slunce, mohl získat maximum energie. Pomocí slunečních čidel, která byla rozmístěna po družici, šlo určit směr na Slunce s přesností 1° . Na obr. 12 (v kapitole 1.4.3) vidíte Magion 4 směřující na vás jako na Slunce. Perioda rotace Magionu 4 i Magionu 5 byla přibližně 120 s.

Vzhledem k tomu, že Země obíhá kolem Slunce a se Zemí i družice Magion, nelze na začátku nastavit směr na Slunce a pak se o něj již nestarat. Průběžně se musí orientace korigovat. Magion 4 se během dne odklonil od směru na Slunce asi o 1° a Magion 5 asi o 5° za den (protože létal blíž Zemi). Kdyby se korekce neprováděly, družice by si v klidu rotovala kolem momentu hybnosti bez precese a nic by se



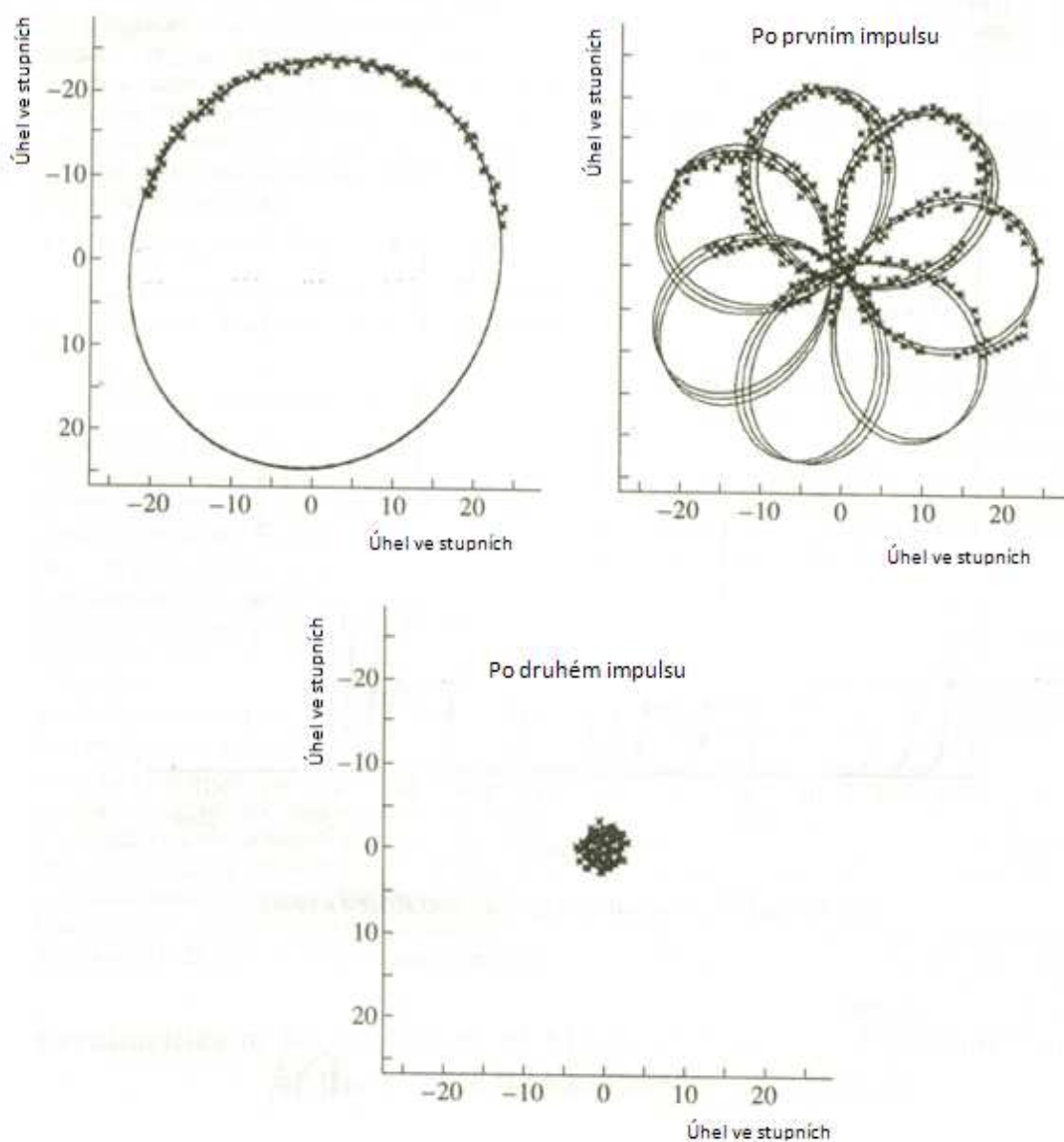
Obr. 42: Moment síly způsobený tryskou



Obr. 43: Odklon osy od Slunce

nezměnilo. Takové klidné období ale trvalo vždycky zhruba 15 až 20 dní (u Magionu 5 méně dní), odklon od Slunce kolem 15° byl ještě přijatelný. Poté se pomocí trysek musel směr změnit, moment síly tedy vytvářely trysky se stlačeným plynem (obr. 42).

Podívejte se na obr. 44, který ukazuje odklon osy rotace od směru na Slunce. Na obou osách jsou úhly, bod $[0,0]$ znamená směr na Slunce, hvězdičky znamenají reálná měření a plná čára dokresluje přesně trajektorii. Cíl je dostat směr osy rotace na Slunce. Jak ale vidíme na horním levém obrázku, směr osy je odkloněn o více než 20° od směru na Slunce. Korekce se prováděla ve dvou krocích. V první fázi se vektor momentu



Obr. 44: Odklon osy rotace od směru na Slunce

hybnosti posunul o poloviční úhel (úhel mezi osou rotace a Sluncem), jak ukazuje obr. 43. Poloviční úhel byl záměrný, aby se smyčky protínaly v bodě [0,0], to znamená, že během jedné otáčky na okamžik osa rotace mířila na Slunce (na pravém horním obr. 44). Ten, kdo družici ovládal, přesně věděl, kdy a na jaký časový interval má trysku pustit ($\Delta t = \frac{\Delta L}{M}$). Poté se na druhý impuls dokorigoval úhel úplně.

Samozřejmě se však osa neustálila na směr Slunce zcela, ještě malá zbytková precese tam byla. Pohyb s precesí je pohyb s větší energií než bez precese. Díky rtuťovým tlumičům se ztrácí energie a po čase se pohyb ustálí tak, aby měl minimální energii, to znamená osa rotace (i moment hybnosti) směřuje na Slunce (dole na obr. 44).

Taková korekce směru se přirozeně musela dělat i po oddělení Magionu od mateřské družice. U oddělování Magionu 4 došlo k závadě (již jsme to zmiňovali v kapitole 1.4.3), jedno rameno s čidlem se nevyklopilo. Přesto, že byly momenty setrvačnosti Magionu pečlivě změřeny, po startu bylo všechno jinak, nevyklopené rameno totiž momenty setrvačnosti (J_1, J_2 a J_3) změnil.

Velikost „lístků“ na pravém horním rohu obr. 44 je dán poměrem periody rotace družice ku periodě precese (viz vztah (26)). V tomto případě to bylo přibližně 1/7.

2.5 Experiment „plachetnice“

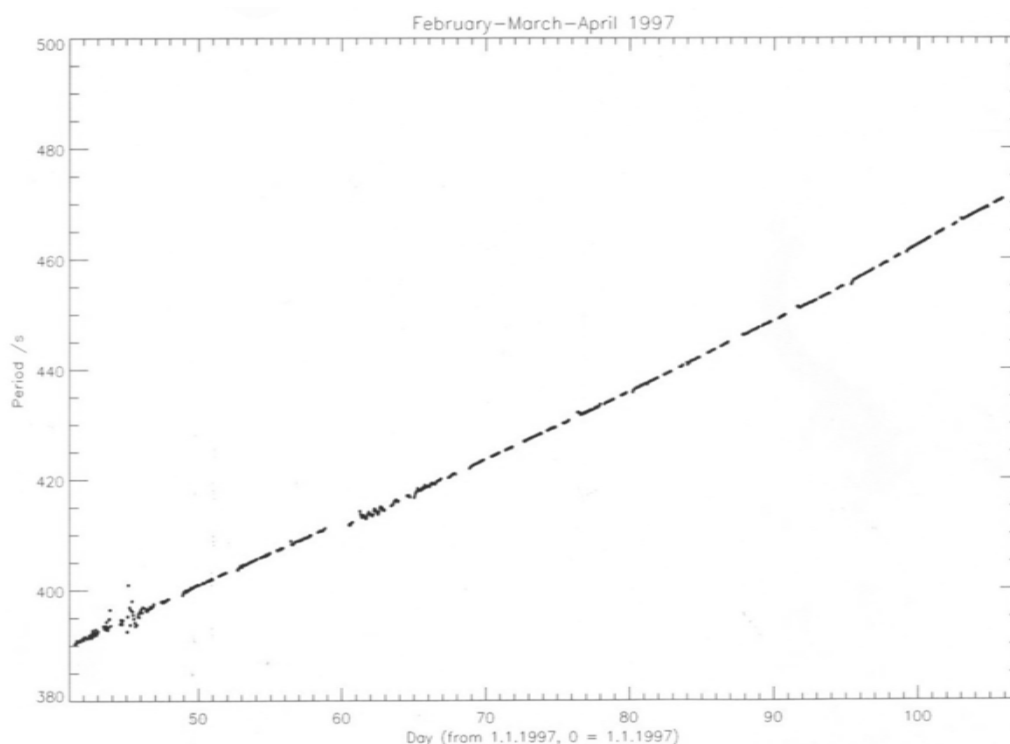
Zajímavý experiment, který vědci zkoušeli na Magionu 4, se týkal „principu plachetnice“. Stejně jako je loď na vodě (plachetnice) ovládána větrem, který se opírá o plachtu, zkoušeli pracovníci AV ČR, zda by podobný princip nefungoval i ve vesmíru. Vesmírem se totiž šíří od Slunce tzv. sluneční vítr a zároveň Slunce září (vyzařuje sluneční záření).

Sluneční vítr je proud nabitých částic, které proudí od Slunce. V okolí Země je jeho rychlost přibližně 400 km.s^{-1} a hustota přibližně $10 \text{ částic na cm}^3$ (ale tyto údaje jsou hodně přibližné, rychlost i hustota částic slunečního větru se hodně mění). Sluneční záření je světlo (fotony).

Magion 4 byl stabilizován rotací a udržoval stále směr na Slunce s občasnými korekcemi, jak jsme zmínili výše. A čím byla větší frekvence otáčení družice, tím lépe „držela“ daný směr, jak již víme. Čeští vědci z AV chtěli vyzkoušet, zda má sluneční vítr a sluneční záření vliv na orientaci družice, zda tlak slunečního větru a záření bude Magion 4 ovlivňovat, jako ovlivňuje vítr plachetnici na vodě. Aby směr neudržovala stále rotace, zpomalili rychlost otáčení družice na periodu přibližně 370 sekund, jak je

vidět na grafu 1. Na vodorovné ose grafu 1 je vynesena čas, experiment byl prováděn od února do dubna 1997. Na svislé ose je perioda otáčení, takže můžete vidět průběh zpomalování otáčení Magionu 4.

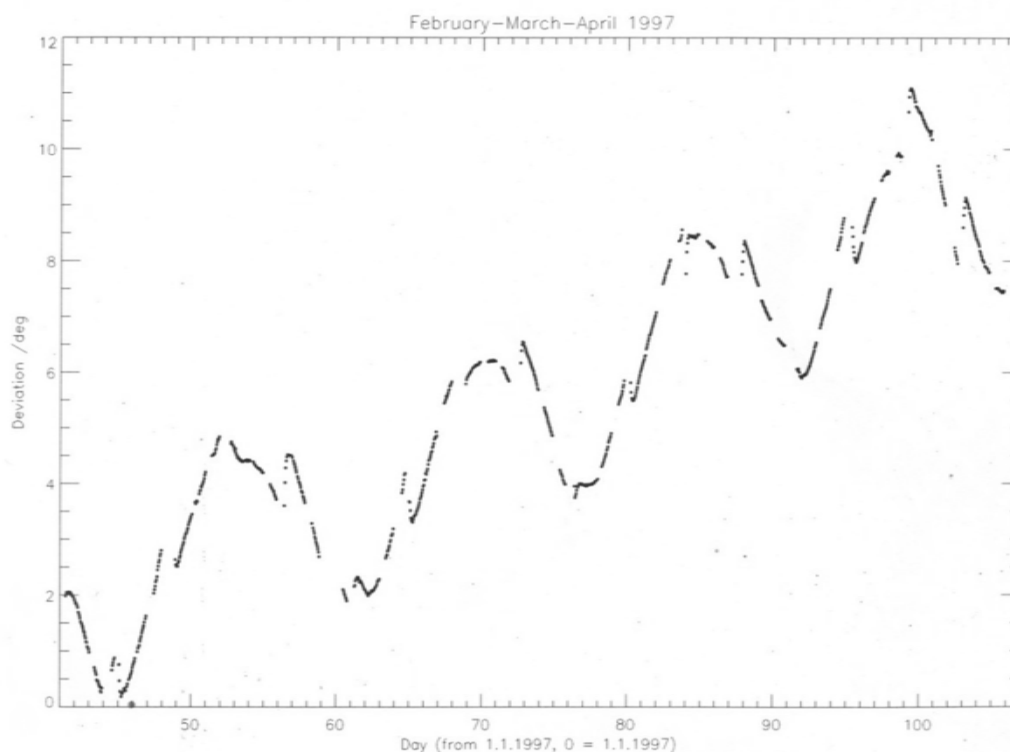
Mezi periodou T a frekvencí f platí, že jedno je převrácenou hodnotou druhého ($f = 1/T$ a $T = 1/f$). Takže čím menší je frekvence, tím větší je perioda.



Graf 1 : Závislost periody na čase

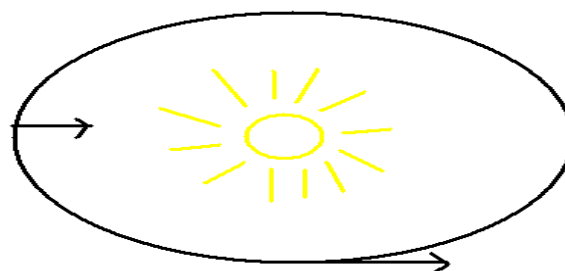
Když se podíváme na graf 1, perioda rostla od 380 s do 470 s (což je asi 7,3 minuty). Ke konci experimentu trvala družici jedna otočka víc jak 7 minut. Toto další zpomalování rotace družice bylo pro odborníky překvapením. Na začátku zpomalili na 370 s, ale další zpomalování bylo samovolné. Bylo způsobeno tím, že v době experimentu nebylo jedno rameno družice Magion 4 zcela vyklopeno, družice tedy nebyla rotačně symetrická a vlivem slunečního záření došlo k dalšímu zpomalování.

Graf 2 znázorňuje odklon osy družice Magion 4 od Slunce. Na vodorovné ose je vynesena stejný časový úsek, únor až duben 1997. Na svislé ose je znázorněn zmíněný odklon osy družice od Slunce. Proč jsou na křivce „vlny“, se dodnes nepodařilo zcela vysvětlit. Maximální hodnota odklonu je 11° . Teď ale vyvstává otázka, zda je to dobré nebo špatné?



Graf 2 : Závislost odklonu na čase

Kdyby nepůsobil žádný sluneční vítr ani sluneční záření ani nic podobného, věděli byste, kam bude osa družice mířit po čtvrt roce? Představte si, jak Země, a tedy s ní i družice Magion 4, obíhá kolem Slunce. Kdyby nikdo nekorigoval směr osy družice, po třech měsících by mířila o 90° jinak než



Obr. 45: Směr na Slunce

směrem na Slunce, jak je vidět z obr. 45. Šipky na obrázku naznačují právě směr, který by měla osa družice původně směřující na Slunce za čtvrt roku. Tento experiment ukázal, že vlivy ve vesmíru směr družice korigují. Nyní se ale nabízí další otázka: co za to může víc? Sluneční vítr nebo sluneční záření? Není nic jednoduššího, než si to spočítat ☺. Odborníci, kteří tento experiment prováděli, samozřejmě věděli, „kdo za to může“, ale my si to cvičně spočítáme.

Nejlépe to půjde vyjádřit přes tlak. Jakým tlakem působí sluneční vítr a jakým tlakem sluneční záření?

Tlak slunečního větru

Již jsme řekli výše, že sluneční vítr jsou letící částice. Jejich rychlost je 400 km.s^{-1} , což je $400\,000 \text{ m.s}^{-1}$. Hustota částic, přesněji řečeno elektronová hustota, je 10 částic na cm^3 , což je $10\,000\,000$ částic na m^3 . Elektronová hustota znamená počet elektronů, ale stejně jako elektronů je tam i protonů. Navíc jsou ve slunečním větru asi 4% alfa částic (jader nuklidu ${}^4_2\text{He}$), které jsou čtyřikrát těžší než protony, a protony mají mnohem větší hmotnost než elektrony ($m_{\text{protonu}} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $m_{\text{elektronu}} = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$). Pro naše potřeby stačí řádový odhad, proto můžeme zanedbat 4% alfa částic i elektrony a počítat pouze s protony. Tlak slunečního větru si můžete představit jako letící kuličky, které narážejí na plochu. Pro výpočet můžeme použít vztah pro tlak ideálního plynu s malou úpravou. Také jsou to molekuly, které narážejí na stěnu. Výpočet tlaku ideálního plynu je podle vztahu: $p = \frac{1}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot m_0 \cdot v_k^2$, kde N je počet částic v objemu plynu V , m_0 je hmotnost jedné molekuly plynu a v_k je kvadratická rychlost molekul. Drobnou úpravou získáme vztah pro výpočet tlaku slunečního větru: $p = \frac{N}{V} \cdot m_0 \cdot v_k^2$. Úprava spočívá v odstranění jedné třetiny na začátku výrazu. Ta je tam proto, že plyn naráží do všech tří směrů stejně, zatímco sluneční vítr letí (tedy i naráží) pouze jedním směrem. Odvození tohoto vztahu najdete v jakékoli učebnici Molekulové fyziky pro gymnázia. Poměr $\frac{N}{V}$ je hustota částic, v našem případě tedy elektronová hustota. Vztah si tedy můžeme přepsat na: $p = \rho_p \cdot m_p \cdot v_p^2$ (index p znamená, že se všechny veličiny týkají protonů). Dosazením hodnot si tedy vypočítáme tlak, kterým působí sluneční vítr na plochu družice o velikosti 1 m^2 :

$$p = 10^7 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 400000^2 \text{ Pa} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ Pa} = 2 \text{ nPa}.$$

Z toho plyne, že sluneční vítr působí tlakem 2 nPa na plochu o velikosti 1 m^2 družice Magion 4.

Tlak slunečního záření

Tlak slunečního záření spočítáme podle vztahu: $p = 2 \cdot \frac{I}{c}$, kde I je solární konstanta (1330 Wm^{-2}) a c je rychlost světla ve vakuu ($3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$), dvojnásobek je ve vztahu proto, že počítám s případem, kdy se záření úplně odrazí do opačného směru. Odvození tohoto vztahu najdete v [14]. Všichni víme, že necítíme tlak, když na nás svítí sluníčko nebo na nás někdo blikne bleskem při fotografování (tím na nás dopadá sluneční záření), takže zřejmě bude velmi malý.

Po dosazení hodnot vychází:

$$p = \frac{2 \cdot 1330}{3 \cdot 10^8} Pa = 8,8 \cdot 10^{-6} Pa = 8,8 \mu Pa.$$

Takže sluneční záření působí tlakem 8,8 μPa na plochu o velikosti 1 m² družice Magion 4.

Když oba výsledky srovnáme, zjistíme, že sluneční záření je o více než tři řády „silnější“ než sluneční vítr.

Závěr

Cílem mé diplomové práce bylo vytvořit text pro studenty středních škol. V první části jsem shrnula vývoj prvních československých družic Magion. Vzhledem k tomu, že veškeré fyzikální zákonitosti jsem vysvětlila, text může číst i úplný laik. Čtenář se tak může dozvědět o zajímavostech týkajících se družic Magion.

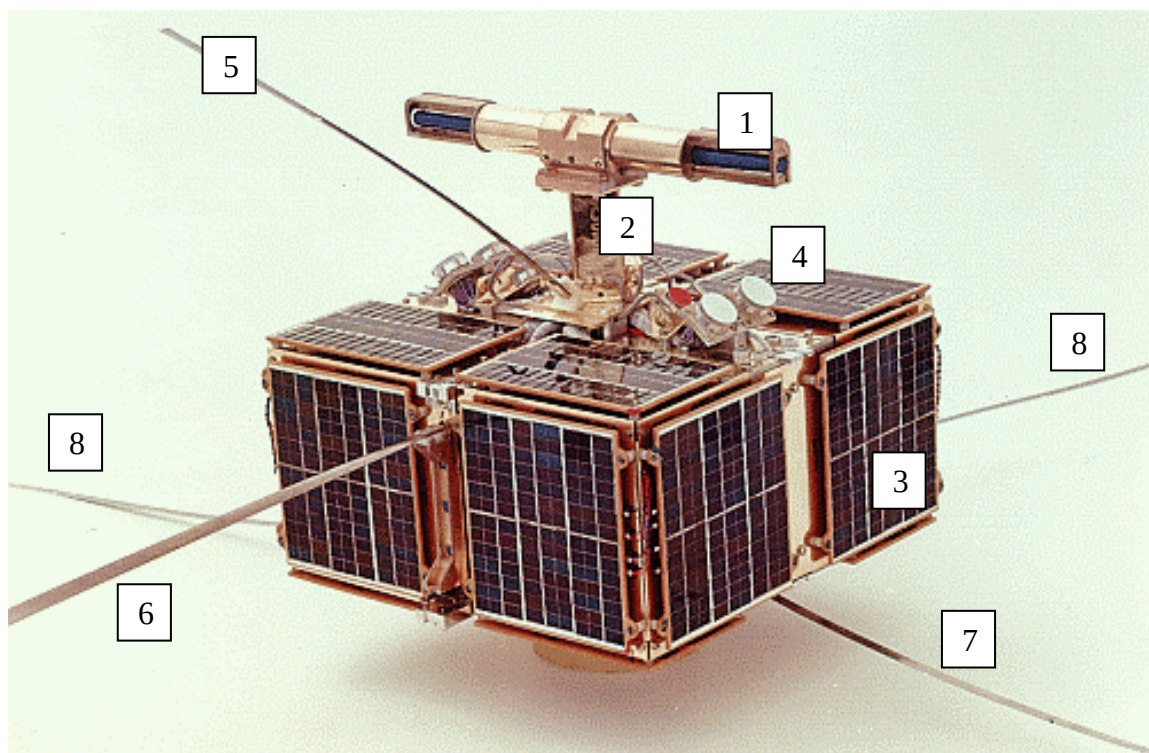
Druhá část diplomové práce směřuje k vysvětlení pohybu volného setrvačníku a následné aplikace na stabilizaci družic Magion 4 a Magion 5. Vysvětlování jsem pojala opravdu důsledně, takže podle mého mínění stačí studentům patřičné odhodlání a zájem. Uvedla jsem důležité fyzikální zákonitosti mechaniky, přes úhlovou rychlost, moment síly, moment setrvačnosti, moment hybnosti až k pohybu setrvačnicků. Nepoužila jsem diferenciální a integrální počet, ale zmiňuji jeho důležitost. Třeba tento text podnítí u studentů touhu jít v poznávání fyziky dál.

Doufám, že text použijí i učitelé fyziky. Jednou z možností je obohatit hodiny zajímavostmi ze světa poznávání vesmíru použitím první části práce. Nebo se nechat textem druhé části inspirovat pro rozšíření výuky fyziky při seminářích.

Literatura

- [1] Horová, Z.: *Demonstrace základních vlastností šíření vln na datech umělých družic*, MFF UK, Praha, 2007
- [2] Hruška, F., Tříška, P., Vojta J.: *Historie vývoje přístrojů a družic pro výzkum ionosféry a magnetosféry*
- [3] *Časopis Letectví + kosmonautika* č. 4 / 1979
(také na <http://mek.kosmo.cz/cz/magion/m1lk.htm>)
- [4] Macháček, M.: *Astrofyzika, Fyzika pro gymnázia*, Prometheus, Praha, 2004
- [5] Svoboda, E. a kol.: *Přehled středoškolské fyziky*, Prometheus, Praha, 1996.
- [6] Bednařík, M., Šíroká, M.: *Mechanika, Fyzika pro gymnázia*, Prometheus, Praha, 2005
- [7] Havránek, A.: *Klasická mechanika I., hmotný bod a tuhé těleso*, Karolinum, Praha, 2002
- [8] Vybíral, B.: *Setrvačníky a jejich aplikace*, Studijní text pro soutěžící FO a ostatní zájemce o fyziku, MAFY, Hradec Králové, 1998
- [9] Horák, Z., Krupka, F.: *Fyzika, Příručka pro vysoké školy technického směru*, SNTL/ALFA, 1976
- [10] Kvasnica J. a kol.: *Mechanika*, Academia, Praha, 1988
- [11] Halliday, D., Resnick, R., Walker, J.: *Fyzika, Mechanika (Část 1)*, Vutium, Brno, 2003
- [12] Kočandrlé, M., Boček, L.: *Analytická geometrie, Matematika pro gymnázia*, Prometheus, Praha, 1995
- [13] Rektorys, K. a spolupracovníci: *Přehled užití matematiky I*, Prometheus, Praha, 2000
- [14] Halliday, D., Resnick, R., Walker, J.: *Fyzika, Elektromagnetické vlny-Optika-Relativita (Část 4)*, Vutium, Brno, 2003
- [15] Truhlík, V.: *Position and orientation of Magion satellites in the Interball project*, Praha, 1995

Příloha 1: Doplnující fotografie

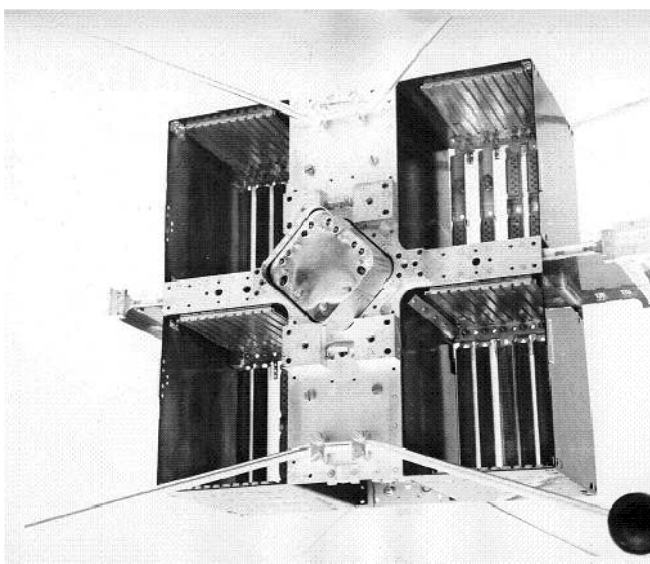


Vysvětlivky k popisu družice Magion 1:

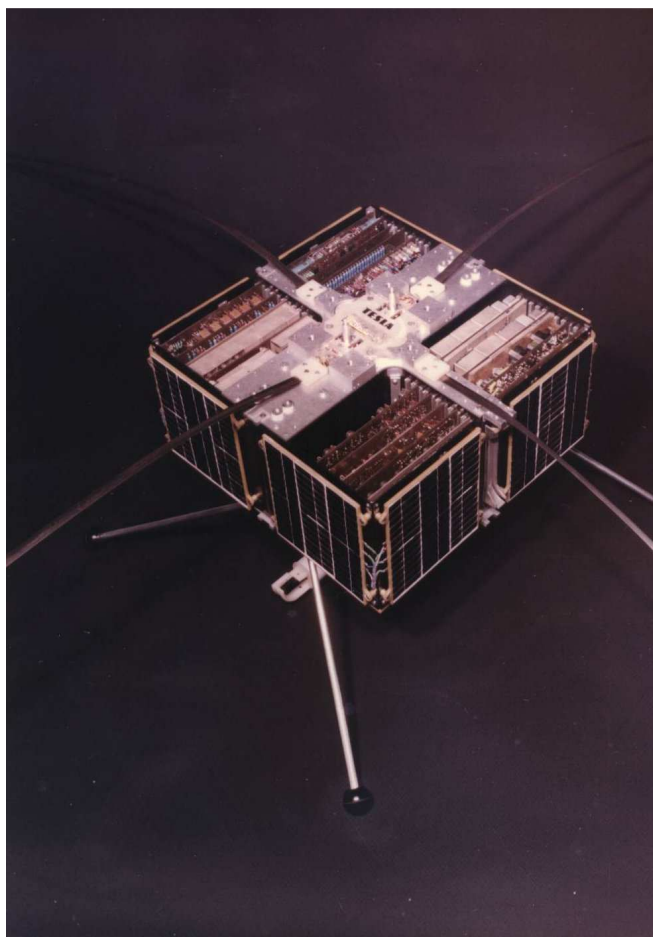
1. anténa pro příjem magnetické složky elektromagnetických vln
2. sloupek s předzesilovačem
3. sluneční panel (celkem 16 ks)
4. krytka technologických konektorů pro pozemní zkoušky (6ks)
5. anténa vysílače v pásmu 400 MHz
6. anténa pro příjem elektrické složky elektromagnetických vln délky 2 m
7. anténa vysílače v pásmu 137 MHz
8. anténa povelového přijímače v pásmu 149 MHz



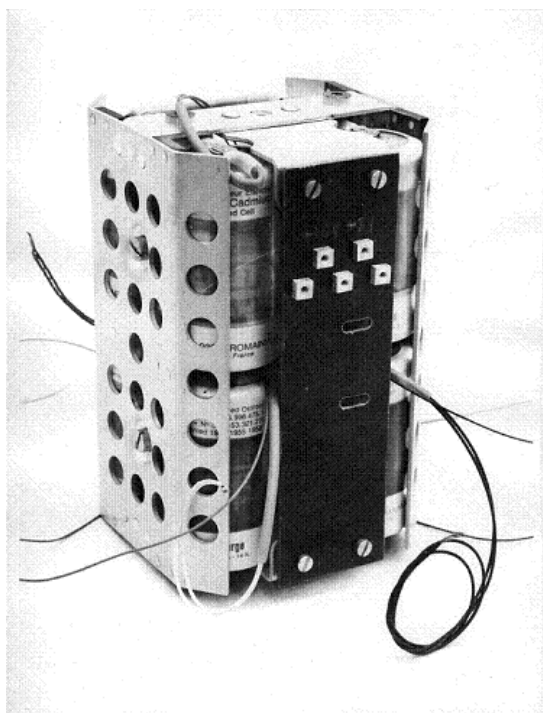
Magion 1 se složenými anténami (antény jsou zaklesnuty jedna za druhou a na konci připevněné lékařskou nití, která se přepaluje). Můžete si všimnout i pozlacených ploch.



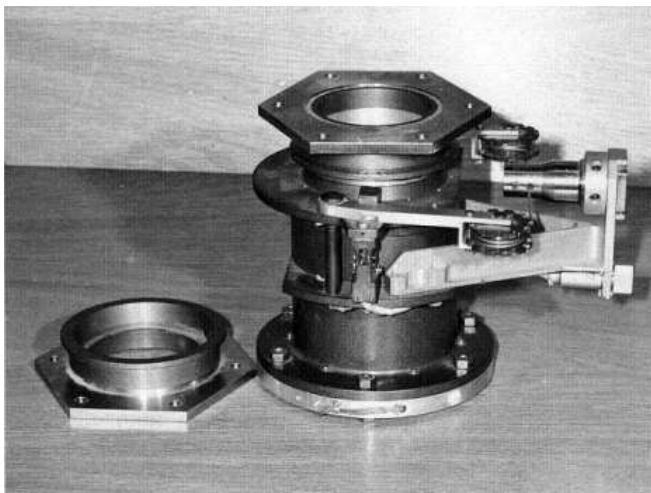
Mechanická kostra Magionu 1 (je rozdělena do čtyř komor a mezi nimi je místo na akumulátory).



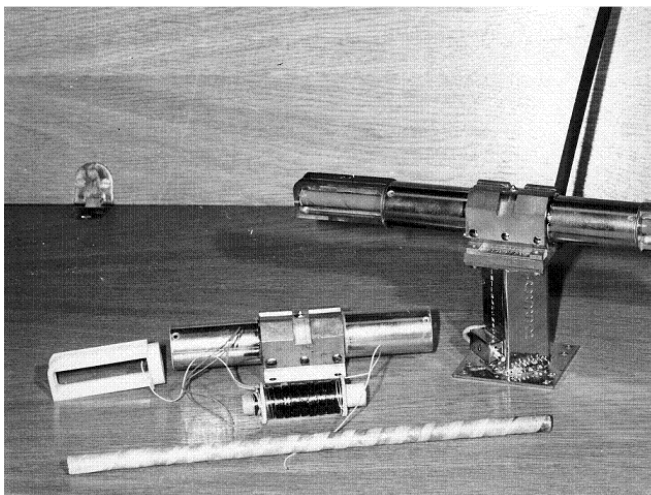
Otevřený Magion 1. Uvnitř jsou umístěny desky se součástkami a přístroji. Velikost kostry přesně odpovídala velikosti zasunutých desek.



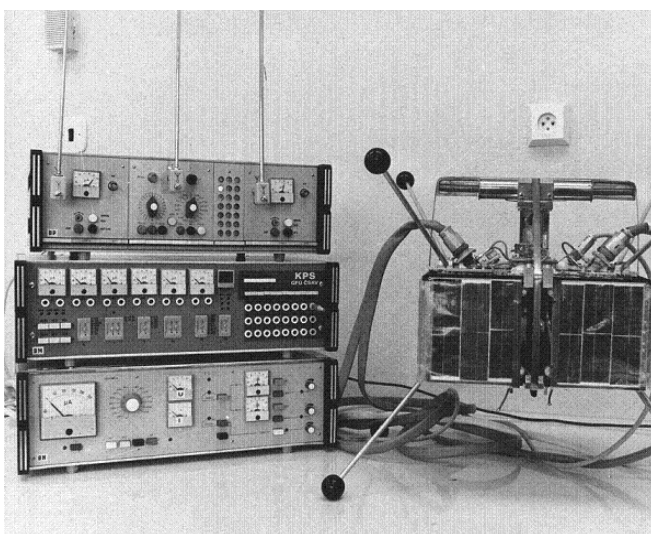
Blok akumulátoru Magionu 1 vytvořený z plechu s otvory, aby byl blok lehčí. Akumulátor je ve střední části družice, aby byl nejlépe chráněn před změnami teploty.



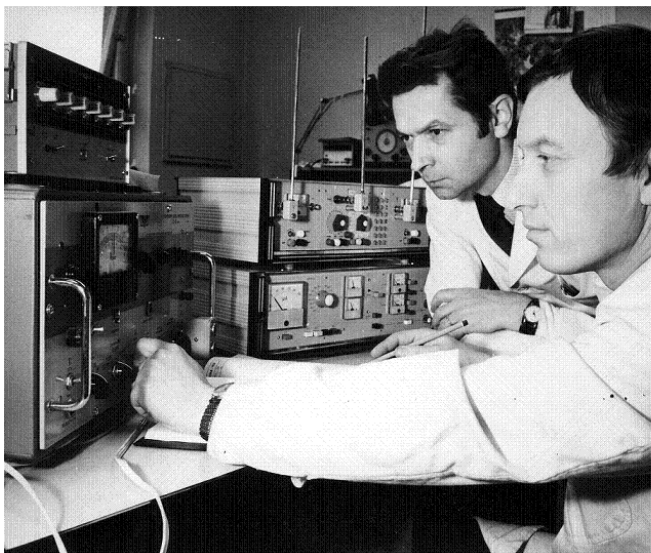
Oddělovací zařízení od mateřské družice pro Magion 1.



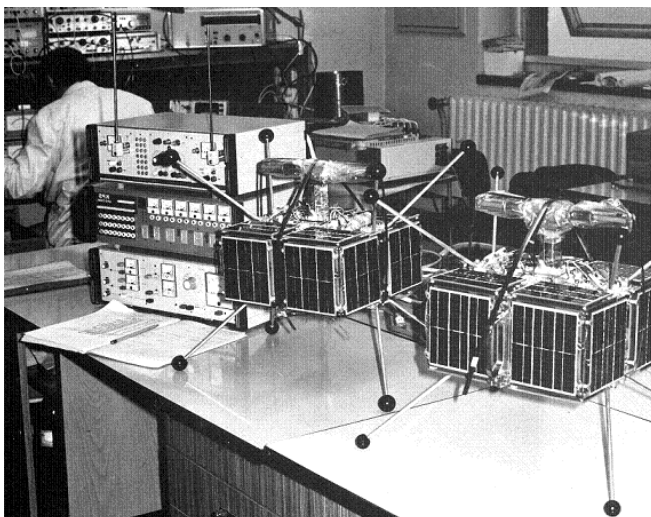
Anténa pro měření magnetické složky elektromagnetickým vln (v pozadí vcelku, v popředí rozebraná).



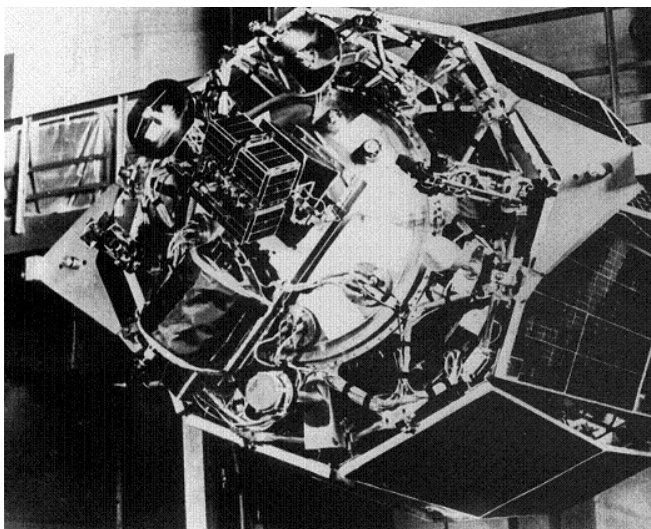
Magion 1 při pozemních zkouškách připojený kabely ke kontrolní aparatuře. Každá kontrolní aparatura je originál a dělá se přímo pro každou družici. Kabely jsou napojeny na konektory, které se po zkouškách zakrývají.



Ing. Jaroslav Vojta a ing. Pavel Tříška při laboratorních zkouškách Magionu 1 pomocí kontrolní aparatury.



Dva letové modely družice Magion 1. Jeden vystartoval, druhý je dodnes v ÚFA AV ČR a můžeme ho vidět na výstavách.



Družice Interkosmos 18 s připevněným Magionem 1.



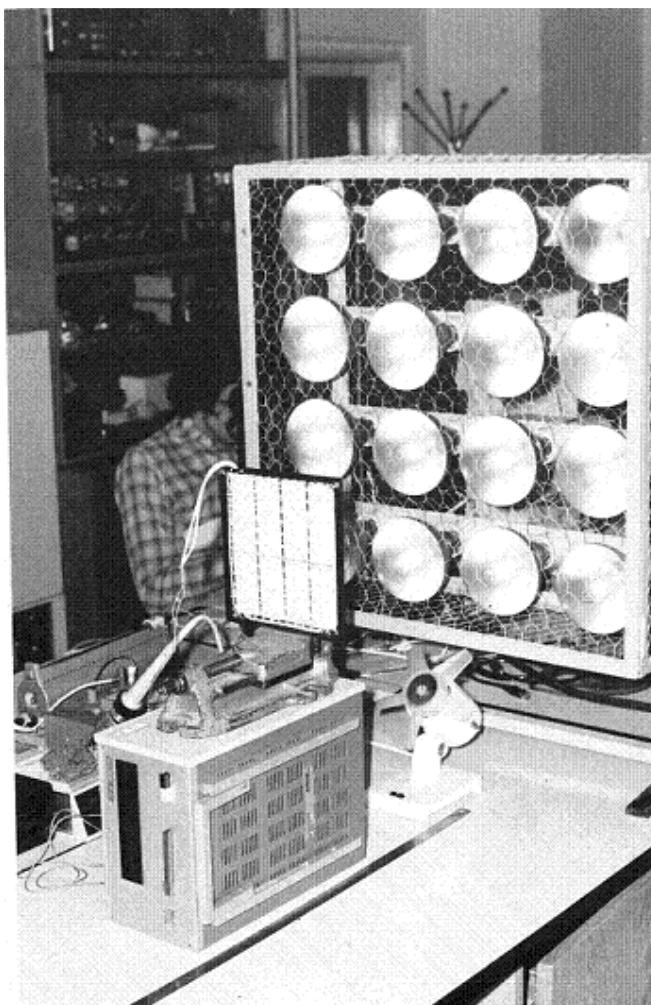
Mezinárodní tým konstruktérů
u nosné rakety v roce 1978.



Sestava kontrolní aparatury při
zkouškách na kosmodromu
(zkouška již všech součástí
dohromady).



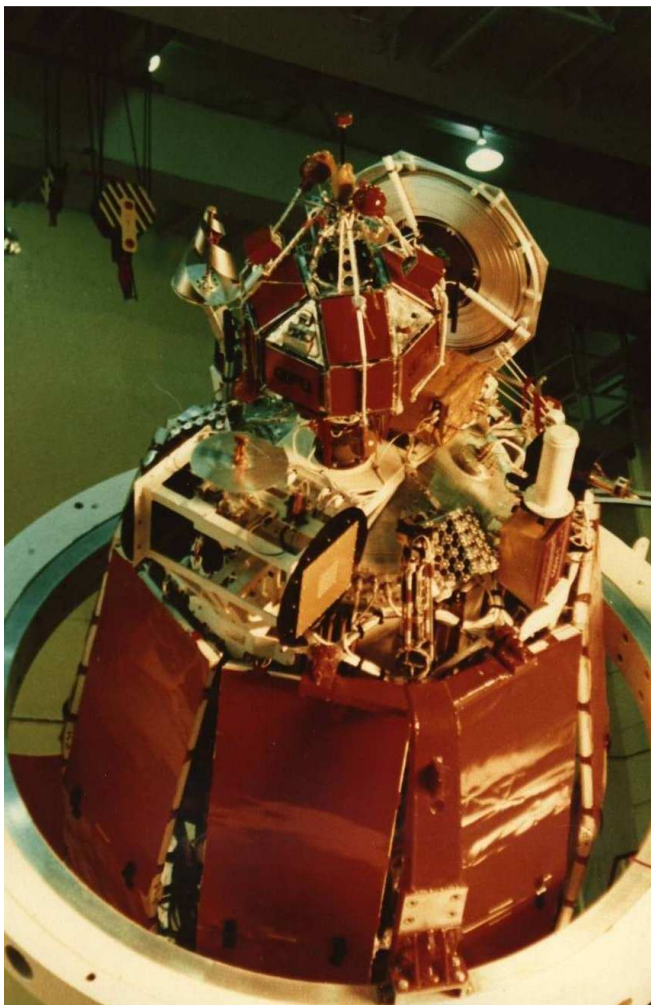
Ing. J. Vojta při řízení a přijímání
dat z družice Magion 1 v Panské
Vsi.



Zkouška slunečních panelů
s imitátorem Slunce.



Magion 2 připevněný na mateřské
družici a dále (v pozadí) na nosné
raketě. Na fotografii je také vidět
svinutá dvacetimetrová anténa na
mateřské družici, která se po
oddělení Magionu 2 měla
rozvinout (žlutý kotouč vpravo
dole od Magionu).



Magion 2 se svou mateřskou družicí. Zde je zřetelněji vidět svinutá dvacetimetrová anténa na mateřské družici (vpravo nahoře). Z družic zatím nejsou sejmuty ochranné kryty.



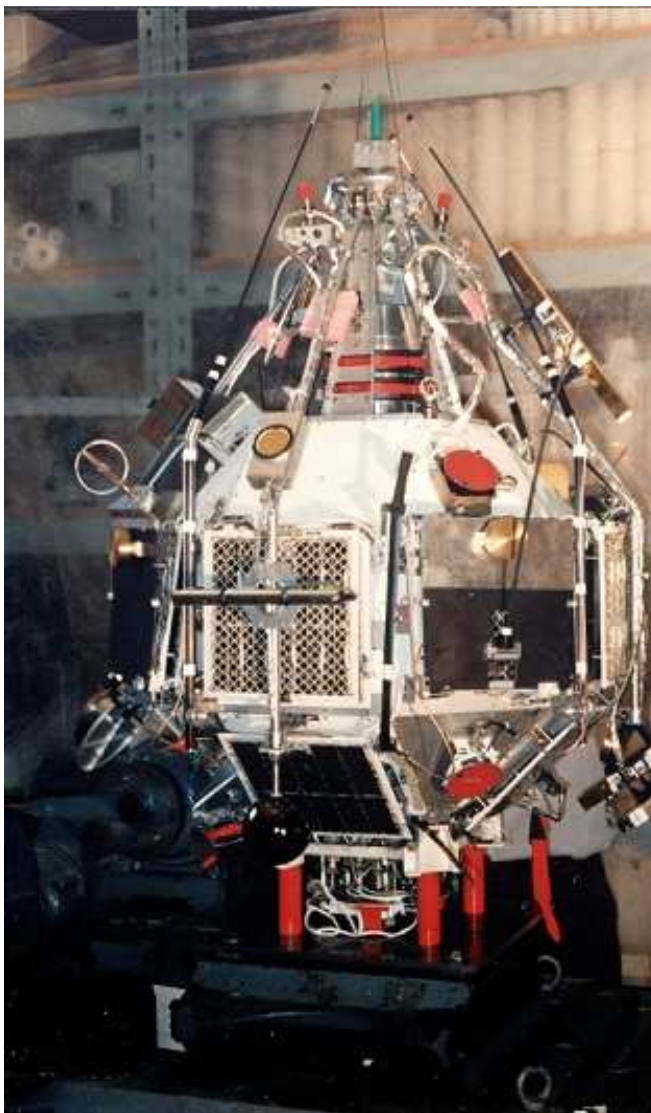
Čidlo pro měření elektrické složky elektromagnetických vln se zesilovačem. Toto čidlo bylo součástí aparatury před Magionem. Je zde vidět lesklý povrch s pruhem bílé barvy kvůli správné teplotní regulaci.



Opět Magion 2 s mateřskou družicí. Pokud se podíváte pozorně, můžete si přečíst jména pracovníků na pláštích. V popředí jsou čeští konstruktéři.



Tým pracovníků s Magionem 3. Na koncových částech jsou vidět ochranné červené kryty, které se před startem snímají.



Družice Magion ve složeném stavu připravená na převoz. Magiony 2 až 5 už se vyráběly pouze v jednom letovém modelu. Existovaly pouze náhradní díly a součástky, ale ne náhradní kostra.



Ing. P. Tříška s Magionem 5 (převzato z <http://mek.kosmo.cz/cz/magion/obr.htm>).

Příloha 2: Překlad internetových stránek o volném setrvačnicku s apletem

Originál stránek je na <http://faculty.ifmo.ru/butikov/Applets/Precession.html>, tento překlad na http://os.matfyz.cz/prace/2009dipl_mp/volny_setrvacnik.html, autorova domovská stránka na <http://faculty.ifmo.ru/butikov/index.html>.

Volné otáčení osově symetrického tělesa

Simulace ve fyzice

Malý simulační program (Java-applet) ukazuje volné otáčení symetrického tělesa, které má dva ze tří hlavních momentů setrvačnosti stejné. V kinematice tento pohyb nazýváme precesní pohyb a pozorujeme ho u setrvačnicků.

Rotace (otáčení) tuhého tělesa kolem pevného bodu je charakterizovaná vektorem okamžité úhlové rychlosti. Každý bod rotujícího tělesa má rychlost, která je v každém okamžiku stejná, jako kdyby se těleso otáčelo kolem pevné osy směřující stejným směrem jako vektor úhlové rychlosti. V obecném případě se však vektor úhlové rychlosti, a tedy i směr okamžité osy otáčení v prostoru mění. Tento podivný pohyb osy otáčení je označován jako precese. Dokonce i v případě, že nepůsobí žádné vnější síly, vypadá pohyb osy otáčení dost komplikovaně, a trajektorie různých bodů tělesa jsou ještě komplikovanější.

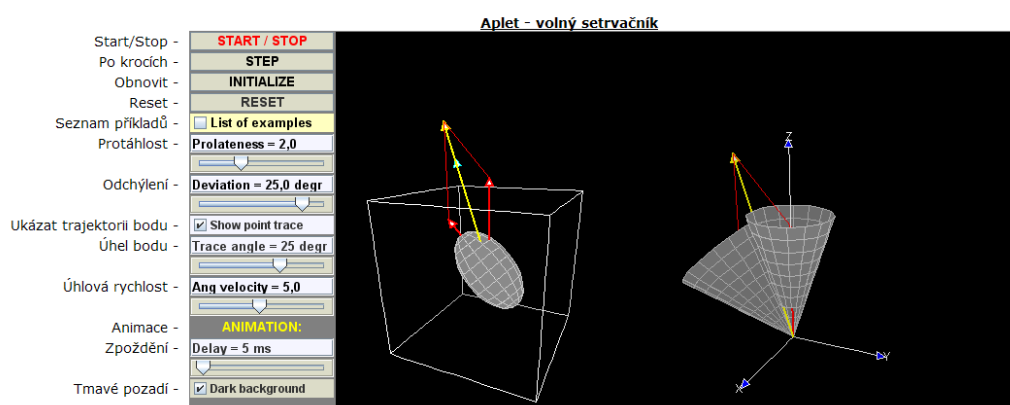
Vektor momentu hybnosti $\mathbf{L}$ rotujícího tuhého tělesa souvisí s vektorem okamžité úhlové rychlosti $\boldsymbol{\omega}$, ale obecně se směr $\mathbf{L}$ v prostoru může lišit od směru $\boldsymbol{\omega}$. Jejich směry se shodují pouze v případě, že úhlová rychlost směřuje podél jedné ze tří vzájemně kolmých hlavních os setrvačnosti tělesa. U symetrických homogenních těles jsou tyto hlavní směry totožné s osami symetrie. Například hlavní osy setrvačnosti u kvádrů prochází hmotným středem rovnoběžně k hranám. Momenty setrvačnosti vypočítané vzhledem k hlavním osám setrvačnosti procházející hmotným středem se jmenují hlavní momenty setrvačnosti.

Volná rotace tuhého tělesa kolem hlavní osy setrvačnosti je velmi jednoduchý pohyb. Pro tento případ mají vektory $\mathbf{L}$ a $\boldsymbol{\omega}$ stejný směr. Když nepůsobí žádné vnější síly, vektor momentu hybnosti $\mathbf{L}$ zůstává konstantní, a tedy i směr a velikost vektoru úhlové rychlosti $\boldsymbol{\omega}$ zůstává konstantní. Z tohoto důvodu se hlavní osy setrvačnosti nazývají také osy volné rotace. Pokud se tuhé těleso otáčí kolem jedné z těchto os, pohyb je stále stejný kolem osy, jejíž směr se v tělese ani v prostoru nemění. Všechny body tělesa opisují soustředné kružnice, jejichž středy leží na této ose.

Je-li vektor počáteční úhlové rychlosti odchýlený od hlavní osy setrvačnosti, rotace je poměrně jednoduchá pro tělesa, která nazýváme

symetrický setrvačnick. Symetrický setrvačnick je těleso, které má dva ze tří hlavních momentů setrvačnosti stejné. Například hůl nebo tyč s kruhovým nebo čtvercovým průřezem, stejně jako jakýkoli hranol nebo pyramida se základnou pravidelného mnohoúhelníku (včetně trojúhelníku), kruhový disk, válec nebo kužel, elipsoid, atd. Tělesa však musí být homogenní. Pokud se takový objekt roztočí kolem osy symetrie, moment hybnosti také směřuje podél této osy. Pokud se vektor úhlové rychlosti odchyluje od osy symetrie pod nějakým úhlem, směry vektoru $\mathbf{L}$ a vektoru $\boldsymbol{\omega}$ nesplývají, ale oba leží ve stejné rovině s osou symetrie tělesa.

Vezmeme-li v úvahu vzájemnou polohu momentu hybnosti, úhlové rychlosti a osy tělesa, snadno můžeme ukázat, že v případě, kdy nejsou žádné momenty vnějších sil vzhledem k ose tělesa, tak vektor okamžité úhlové rychlosti koná precesní pohyb kolem pevného směru, který je dán vektorem momentu hybnosti $\mathbf{L}$. Jinými slovy, osa tělesa a úhlová rychlost se pohybují synchronně v prostoru a opisují rotační kužely, které mají společný vrchol v těžišti tělesa. Úhly u vrcholů těchto kuželů zůstávají konstantní v průběhu celé rotace tělesa. **Klikněte zde**, kde je možné pozorovat simulaci takového pohybu (v levé části okna apletu).



Simulace nabízí různé možnosti. Můžete ji pozastavit a pak dále pokračovat kliknutím na tlačítko „Start/Stop“ na ovládacím panelu umístěném na levé straně okna apletu. Tento panel také umožňuje měnit parametry systému a podmínky simulace. Táhnutím ukazatele myši uvnitř okna apletu (pohybem ukazatele se zmáčknutým levým tlačítkem myši) můžete rotovat obrázkem okolo vertikální a horizontální osy a získat tím lepší úhel pohledu podle vlastní volby.

Vektor úhlové rychlosti (žlutá šipka na černém pozadí) ukazuje v prostoru směr okamžité osy rotace. Soubor těchto okamžitých os v různých časových okamžicích tvoří v prostoru rotační kužel, jehož vrchol je v těžišti tělesa a jehož osa míří podél vektoru momentu hybnosti $\mathbf{L}$ (vertikálně na obrazovce). Tento prostorový kužel (v prostoru pevný) se nazývá *herpolodiový kužel* (viz pravá strana okna apletu).

Dále vidíme ještě jeden rotační kužel pevně spojený s tělesem. Vrchol tohoto kužele je také v těžišti tělesa a jeho osa směřuje podél osy symetrie tělesa. Tento kužel je vytvářen vektorem úhlové rychlosti $\boldsymbol{\omega}$ (žlutá šipka na obrazovce), to znamená okamžitou osou rotace. Jinými

slovy, boční povrch tohoto kužele spojený s tělesem je tvořen souborem okamžitých os rotace v různých časových okamžicích. Ukazuje, jak jsou tyto osy uvnitř tělesa rozmístěny. Tento myšlený kužel pevně spojený s rotujícím tělesem je nazýván *polodiový* kužel.

Pohyblivý kužel se dotýká nepohyblivého kužele boční plochou podél vektoru ω (zvenku protáhlého tělesa, které má příčnou složku momentu setrvačnosti větší než podélnou). Všechny body tělesa, které se v daném okamžiku nacházejí na okamžité ose rotace, mají nulovou obvodovou rychlost. To znamená, že pohyblivý kužel (spojený s tělesem) se valí bez prokluzování po povrchu nehybného kužele. Tato jasná interpretace kinematiky volné precese je ukázána na pravé straně apletu. (**Klikněte zde**)

Také si můžeme tento zřejmý geometrický výklad volné precese (valení pohybujícího kužele bez klouzání po povrchu nepohyblivého kužele) ukázat jako rozklad vektoru okamžité úhlové rychlosti ω do dvou složek, které jsou v apletu znázorněny červenými šipkami. Jedna z těchto složek odpovídá rotaci tělesa podél osy symetrie. Tato složka úhlové rychlosti míří podél osy symetrie, což je směr, který se uvnitř tělesa nemění. V prostoru tato složka vytváří rotační kužel spolu s osou tělesa. Druhá složka nemění svůj směr v prostoru. Odpovídá precesi osy symetrie okolo momentu hybnosti L , jehož směr v prostoru (vertikální na obrazovce) je zachován, když nepůsobí momenty vnějších sil.

Body tělesa ležící na ose jeho symetrie opisují kruhové dráhy, jejichž středy leží na ose nepohyblivého kužele, to znamená na ose precese (vertikálně na obrazovce). Komplikovaný pohyb bodů, které neleží na ose symetrie, můžeme popsat jako superpozici dvou poměrně jednoduchých pohybů, a to jako rotaci kolem osy symetrie se souběžným pohybem osy v prostoru (precese) podél povrchu vertikálního kužele. Simulační program může ukázat trajektorie těchto bodů. Chcete-li to ukázat, označte zaškrtačací políčko na ovládacím panelu s nápisem „Stopa bodu“ a uveďte požadované polohy bodu zadáním úhlu mezi osou tělesa a směrem požadovaného bodu. Pro pohodlnější pozorování program ukazuje trajektorii stopy konce dlouhé myšlené šipky pevně spojené s tělesem vedené požadovaným bodem. Koncový bod šipky leží mimo povrch ohraničeného tělesa. Všechny body této šipky (začínající v těžišti) opisují podobné trajektorie, ale cesty jejich koncových bodů jsou zobrazeny ve větším měřítku. **Klikněte zde**, aby bylo možné pozorovat trajektorii bodu umístěného na povrchu pohyblivého kužele. (Původně tento bod leží na okamžité ose.)

Geometrická interpretace volné rotace symetrického tělesa je použitelná i pro zvláštní případ tělesa, jehož podélné a příčné momenty setrvačnosti si jsou rovny. Pro takové těleso, nazývané *kulový setrvačník*, jsou si momenty setrvačnosti pro všechny možné osy procházející těžištěm rovny. Tato tělesa nemusí být nutně sféricky symetrická, platí to i pro krychle, čtyřstěny nebo jakékoli pravidelné mnohostěny. S ohledem na rotaci jsou všechna dynamicky ekvivalentní, tudíž to jsou kulové setrvačníky. Pro tato tělesa mají úhlová rychlost a moment hybnosti vždycky společný směr a libovolná osa je osou volné rotace. To znamená, že pro kulové setrvačníky vektor úhlové rychlosti ω a okamžitá osa rotace drží v prostoru stálý směr (bez precese) a nepohyblivý kužel degeneruje

do polopřímky směřujícího podél momentu hybnosti $\mathbf{L}$ (vertikálně na obrazovce). Valení pohyblivého kužele spojeného s tělesem se redukuje na případ rovnoměrné rotace tohoto kužele kolem vertikální polopřímky. Tato polopřímka (zdegenerovaný nepohyblivý kužel) leží na bočním povrchu pohybujícího se kužele a směřuje podél $\boldsymbol{\omega}$. Každý bod tělesa (řekněme, že konec šipky je zastrčený do tělesa) vytváří kruhové dráhy se středem na ose rotace. **Klikněte zde** pro simulaci volné rotace sféricky symetrického tělesa.

Myšlený kužel pevně spojený s tělesem pro zploštělé symetrické těleso se dotýká nepohyblivého prostorového kužele zevnitř u jeho vnitřního povrchu. Geometrický výklad volné rotace v tomto případě je méně zřejmý a dokonce i svým způsobem neintuitivní. Všimněme si, že když osa symetrie tělesa vykonává precesní pohyb proti směru hodinových ručiček a široký pohybující se kužel se valí bez klouzání po vnitřním povrchu obálky nepohyblivého kužele, těleso samo o sobě rotuje kolem své osy ve směru hodinových ručiček – v opačném smyslu vzhledem k precesi. Jasněji je to vidět, když si vektor úhlové rychlosti (žlutá šipka na obrazovce) rozložíme na složky (červené šipky) odpovídající precesi a ose rotace: složka, která odpovídá rotaci, vytváří tupý úhel s $\mathbf{L}$ (směr dolu na obrazovce). **Klikněte zde** pro simulaci volné rotace zploštělého tělesa.

Podrobný teoretický popis volné rotace osově symetrického tělesa v angličtině můžete najít na stránkách „**Inertial Rotation of a Rigid Body**“.

Porozumění volné (bez momentů vnějších sil) rotace osově symetrického tělesa je důležitým předpokladem pro studium neintuitivního chování setrvačníků, jejichž precese pod vlivem vnějších momentů sil je obecně složitější o nutaci (viz. „**Precession and Nutation of a Gyroscope**“).

Ovládání programu

Simulační program umožňuje měnit parametry systému a podmínky simulace. Můžete jednoduše otáčet krychlí s obrazem tělesa kolem svislé a vodorovné osy (pro vhodnější úhel pohledu) chycením ukazovátko myši uvnitř okna apletu (pohybující ukazatel se stisknutým levým tlačítkem myši). Pokud budete navíc držet klávesu „Ctrl“ na klávesnici, obraz se bude pohybovat v požadovaném směru. Pokud budete držet klávesu „Shift“, tažením myši můžete změnit měřítko – obrázek bude blíže nebo dále (větší nebo menší).

Rotace tělesa může být znázorňovaná ve vhodném časovém měřítku. Chcete-li měnit časové měřítko, můžete měnit hodnoty zpoždění (v milisekundách) přetažením posunovátko ve spodní části ovládacího panelu. Funkce ostatních ovládacích prvků jsou poměrně zřejmé. Horní tlačítko spouští a zastavuje simulaci. Druhé tlačítko umožňuje ukazovat simulaci po krocích. Třetí tlačítko („Obnovit“) obnoví výchozí nastavení. Čtvrté tlačítko („Reset“) nastaví základní hodnoty.

Při prvním setkání s programem si můžete místo vlastního nastavení parametrů otevřít seznam předdefinovaných příkladů a nějaký vhodný si z nich vybrat. Provést vlastní experiment můžete změnou hodnot parametrů buď tažením posunovátka, nebo zadáním požadovaných hodnot na klávesnici. Než začnete měnit parametry, měli byste pozastavit simulaci tlačítkem „ Start/Stop“. Když budete zadávat nové parametry klávesnicí, barva v pozadí se změní na zářivě žlutou. Pokud chcete ukončit nastavování, stiskněte klávesu „Enter“. Pokud je hodnota přípustná, barva okna se změní zpět na obvyklou barvu.

Dva hlavní momenty setrvačnosti: jeden kolem osy symetrie a druhý kolem k ní kolmé osy jdoucí těžištěm tělesa – vystihují setrvačné vlastnosti, které charakterizují rotaci symetrického tělesa. Pouze poměr těchto momentů setrvačnosti je podstatný pro simulaci. V programu je tento poměr příčného a podélného momentu setrvačnosti definován parametrem „Protáhlost“. Dovolené hodnoty tohoto parametru leží v intervalu od 0,5 do 5,0. Pokud se tento parametr rovná 1, příčný moment setrvačnosti je roven podélnému, a to je charakteristické pro sféricky symetrické těleso nebo pravidelný mnohostěn. Pro protáhlé těleso (roztáhlé podél osy symetrie) je tento parametr větší než 1, zatímco pro zploštělé (zmáčkuté) těleso je menší než 1.

Další parametr, který můžeme v simulačním programu měnit, je úhel mezi osou symetrie tělesa a směrem vektoru úhlové rychlosti (směr okamžité osy rotace). Na ovládacím panelu programu je tento úhel označen „Odchýlení“. Hodnota tohoto úhlu by měla být zapsána ve stupních. Možné hodnoty leží v intervalu od 0 do 40 stupňů. Velikost úhlové rychlosti se může měnit v intervalu od 0,5 do 10 libovolné jednotky. Změna tohoto parametru ovlivňuje rychlost rotace, ale nemění charakteristické vlastnosti pohybu tělesa.

Již dříve jsme zmínili, jak je možné přepnout na vykreslování trajektorie libovolného bodu tělesa označením tlačítka „ Ukázat trajektorii bodu“ v ovládacím panelu a nastavit požadovanou pozici bodu pomocí úhlu (tlačítkem „Úhel bodu“). Barva pozadí okna apletu závisí na zaškrtnutém políčku „Tmavé pozadí“.

Na začátek...

Tento aplet byl vytvořen pomocí programu **Easy Java Simulations** vyvinutého Francisco Esquembre, profesorem na University of Murcia, Španělsko.

Aktualizace – 10. 04. 2009
Přeložila Martina Pulkrábková